شمیرپوهنه (رياضي)

د نهم ټولګي له پاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي لپاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرې) شینواري
بریښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – ګردی (دایره) ۸

کردی هواره، - چاپیریال، - وړانګه، - ، نیمی، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - ګردی ټوټه، - ګردی برخه، ګردی کړی، د ګردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، ګردی لینده،د ګردی منځټکیکونج ، د کربنو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسي یا هګی (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کربنیزي څیروني یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوڅټکي............ ۴۲

۳ . ۲ - جګیدنه........................ ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د ګراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کربنیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کربنیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه................. ۶۷

۳ . ۹ ځانګړی حالت.............. ۶۸

۴ – کربنیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر............. ۱۴۰

۵ . ۳ – ډېرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالځیرنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوځی ۱۴۹

۶ - درېګوډیکچ.............. ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول............. ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون........................ ۲۲۳

د مربع توابعومحورونووِڅټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نړدې ځلوېښت کاله کیږي، چې زموږ هیواد هراړخیزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هیوادوالو!

د نورو نیمګرتیاو په څیر زموږ درسي نصاب - په تیره شمیرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلوردیوالي ونه شو، نو زه به وهڅیږم، چې دا ما لیکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شریک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتیستیک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه ترې دلته تیریږم او د ښوونځي د تیرو کتابونو څخه هم هیله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخې یا سمې یا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړی، چې نه لیکونکی بوهیږي او نه بل لوستونکی پرې پوهیدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پیدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتیستیک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شمیرنه راوړي او د ستاتیستیک یو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به یې په مناسبوخت کې د لیدلو پتې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځنې کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شمیرپوهنې سم اند یا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتیستیک او ... د پوهیدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پیچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هیله ده چې ستونځې به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چي ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبي(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دئ، خو د موضوع، نه د خودیوني. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهیږم، یواځنۍ سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دې، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولې، چې باید سمې وي.

زه به وهڅیږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینی باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوې کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅېدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

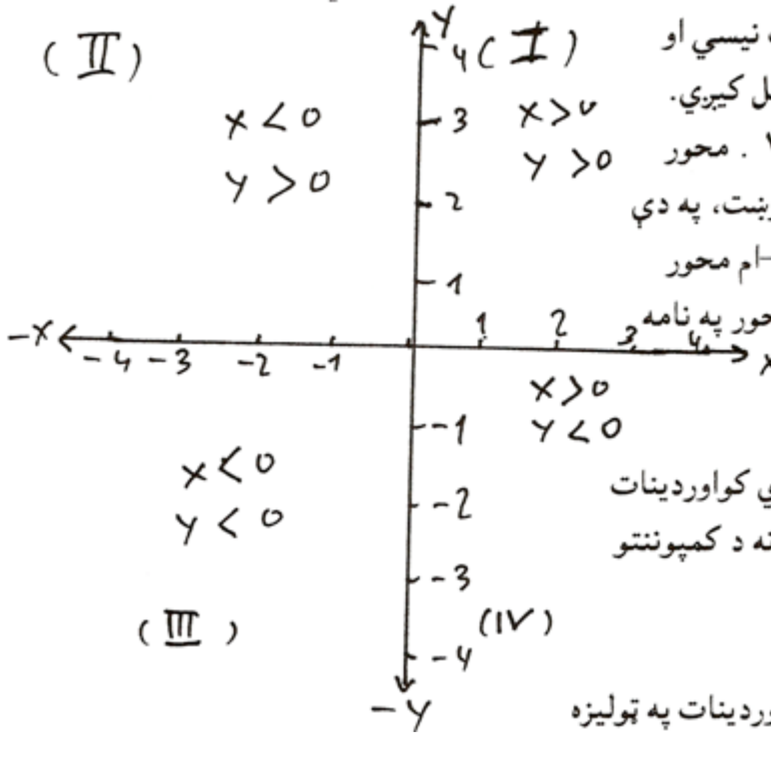
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغز مې ترې نورموړ دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردینات سیستم

یادونه : کواوردینات سیستم څخه ځمونږ هدف پروت ولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کی په همدې نامه یادیږي. ما کله کله همدا دواړه ترمینولوژي کارولي هیله ده چي ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیك په ډیرو څانګو کی د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسڅیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو (لنډ : ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –ام محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



شیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنښي سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چی بدل شي، ځکه چی دا کپمونتونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه ده. د ځل یا ضرب لمړنی کپمونتت د y– محور څخه فاصله ټاکي دوم کپمونتت د x– محور څخه. که لمړی کمپوننت منفي وي، نو ټکی د y–محور کیڼ لور ته

تنجنت هغه کرښه ده، چې د دايرې د چاپيريال (محيط) سره يو ټکی شريک ولري. د تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نيغه ولاړه ده، يا ولاړه ده.
تنجنت: خطي که به محيط دايره فقط يک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته ميشود. در نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در يک نقطه به خط منحني دايره يک مماس رسم کنيد.
به خط در نقطه يک عمود رسم شود. اين عمود مماس مطلوب ميباشد.
از يک نقطه که بيرون دايره واقع باشد، مماسي را رسم نماييد.
خط و به ان دايره تالس را رسم ميکنيم. نقاط و به دايره تالس به منحني دايره نقاط تماس تانجنت هستند.
يوه زاويه جې د دايرې په چاپېريال کې د يوه وتر مخامخ پرته وي د محيط زاويه بلل کيږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېريال زاويې سره برابرې دي

د منځټکي هغه زاويه له کومې چې وتر برېښي منځټکي زاويه بلل کيږي.
هغه زاويه چې په يوه پايټکي کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

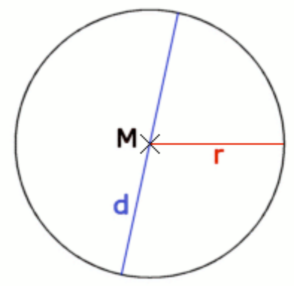
۱ - ګردۍ (دايره)

یادونه: ولي ګردۍ؟ موږبه چې په هسکه مينه شينوارو کي غوزان ګټل، نويوه بنده ګرده کربنه مو وېستله او هغې ته مو ګردۍ ویل. دا نومونه د افغانستان په ټولو یا زياتو ځايونوکي شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخريبوي.

د يوې پيالي غاړه که رنګ کړی او هغه په يوه کاغذ کېږدی، ښيره چې لاس ته راځي، څه ورته وايې؟
د يوې افغانۍ ژۍ، څه شکل لري؟

پيژند ياتعريف

د يوې سطحي يا هوارې ټول هغه ټکې، کوم چې له يوه ټکی داسی په نامه منځټکې Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه يا شعاع) ولري، ګردۍ لاين يا لنډ: ګردۍ بلل کيږي (مخامخ ښيره)



ليکندود يې (دا ليکندود په پيل کي ورځنی يا معمول نه دی، وروسته په تحليلي هندسه کي راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{ X \in E \mid |\overline{MX}| = r \right\}$

لوستل يې: ګردۍ ک د ټولوټکو ايکس چې ايکس د اي ټوکی دی، ډيری ده، داسي چې..... دی.

ګردۍ هواره او ګردۍ چاپيرۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کې دی وي، چې د ټولو هغو ټکو ډېرى يا سټ، چې له M څخه واټن (فاصله)يې له r څخه کوچنى يا د r سره برابر وي د دايرې سطحه بلل کيږي. (موخه يې ګردى منځهواره ده يا ټيك : ګرديتوته)

د وړانګي (شعاع) پيژند: لکه د مخه مو، چي په ګوته کړه، هغه کرښه چې د دايرې ژى يو ټکى د منځ ټکى سره تړي، هغه د دايرې وړانګه يا لنډ: وړانګه(شعاع) بلل کيږي، چي په r سره يي ښايو (پورته څيره وګورى)٠

د نيمى يا قطر پيژند: هغه کرښه، چي دايره په دننه کي نيموي د دايرې نيمى (قطر) بلل کيږي او په d سره يي په نخښه کوو (پورته څيره دي وکتل شي)٠

پيژند
د دايرې (ګردى) دننه کونج يا ټول کونج يا پوره کونج 360درجي لري.

ګرديچاپيريال u د وړانګي r سره په لاندې ډول ورکړ شوى دى

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسې ګردیمنځ- يا دننه هواره A د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کيږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندي ورکړشوى عدد ،، پي π ،، د دايرې عدد بلل کيږي
: $\pi = 3{,}14159265$

يادونه: دا چي ما کله هواره يا سطحه په A يا F او π مي په Pi نخښه کړي، هيله ده چي دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځي پيښي نه کړي.
په پورته کي ورکړ شوى د دايرې عدد (ګردى ګڼ) « π پي » ګورو، چي بيرته راګرځيدونى دى٠ له دې امله يو ايراشنل عدد دى او د مات په څير نه ليکل کيږي، بلکه له لسميز (عشاريه) وروستى پريودي يا تل بېرته راګرځېدونى څيفر پرلپسى دى. په کارونه کي يى موږ نږدې شمرنې يعني راکردونې ته اړ يا مجبور يو، ځکه چه د جبشميرې د عددونوځايونو له امله، چي پاى دي يا پوله لري يا رابند(محدود) دي.

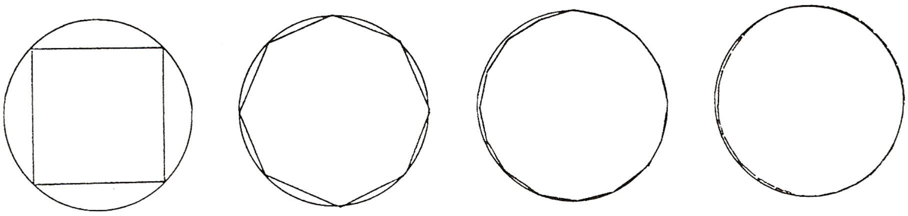
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنګه سړی په دې بريالی شو چې دا عدد π پيدا کړي؟

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

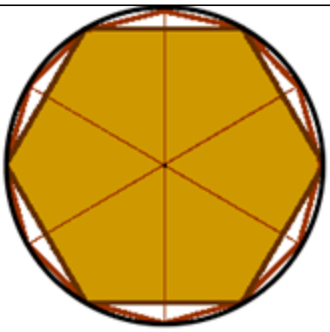
دا له ارښيمدس څخه پيل کارونه (عمليه) يا تکلار داسی پيل کيږي، چې په دايره کی يو ه مربع راګيروي يا راښده وي او بالاخره يی په منځنيو ولاړو يا عمودونو سوکځيسيف يا يو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ يا جګ کړي يعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .

ښيره ۱۱۹



يوې ګردۍ ته د يوه n –ګوډي له لارې نږديونه (نږدې کيدنه)

ښيرې ۱۱۹ ښنا ۍ ځې،

په مخامخ ښيرو کې نهه ضلعي ورپسې شپږ ضلعي کښل شوې، دې ته ګورو، چې ځنګه ګردۍ ته نږدې کيږي مخامخ ښيره ځو ځوګوډيز برېښي او ستره ترې راتاو ګردۍ **مخامخ** ښيرو کې يوې دايرې ته د يوه n -ضلعي له لارې نږديونه (نږدې کيدنه) **کتل کيږي، هغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چې ګورو نږدې يا ټيک دايره ده)**	

د زياتيدونکي n سره کانتی يا ژۍ يا اړخونه (ضلعی) تل کوچني کيږي، چې پخپله له ۱۰۰ يا ۱۵۰ ور رسونو ته په يوه پاڼه کی د کښلو يا رسمولو څخه وځي يا نه کښل کيږي، په همدې وخت کی د منځتکی څخه د په همغه واټن د اضلاعو تعداد زياتيږي (يعنی د مربع د اصلاعو د تعداد).   د مربع پيلدايرې سره دا ښيره تل نږدې کيږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دايرې چاپيريال او منځهواره هم همغه چاپيريالدايرې ته نژدې کيږي. د اضلاعو زياتيدو سره د دايرې ورانګه هم لوييږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير ضلعي او په همدې توګه د چاپيريالدايرې څخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالدايرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپای ډير n ضلعو سره د n - ضلعي سره يوځای پريوځي يا يوځای کيږي.

په لاندې جدول کی د چاپيرال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زياتيدونکي n عدد سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کی نه راځي) پيژندوړ دئ:

Fnمنځهواره	Unچاپريال	nپيدايښتي ګڼ
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته به وکتل شي چې څنګه د ګردی چاپيرال (دايرې محيط) او د دايرې هواره (سطحه) د درېکوډيو(مثلثونو) له لارې ټاکل کيدی شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلی سپين غواړي د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښې ميز جوړ کړي چې په هره لور يی ۸ کسان ځاي نيولی شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ۲ متره نيمی(قطر) ولري بسيا کوي، که د يوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانتيمتره د ميز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

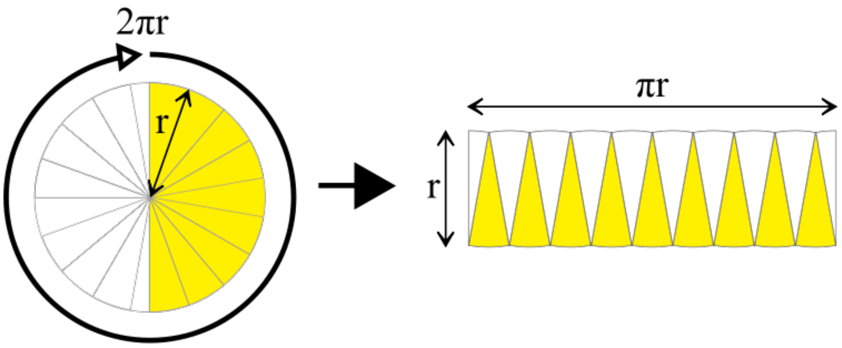
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز به څومره ګران وي، که یو څلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانی ګران وي یا ۲۵۰ افغانی ارزښت ولري؟

دمیز محیط (چاپیریال) دی   U = pi.1m=6,248m²   په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محیط دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر   80.8 = 640cm . قیمت وسطي یا منځ ارښت یي 6,2m دی. پس د ذېکو هیلو سره تول کسان په مېز ځاي نیولی شي
مېز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ **او له دې امله 3,142.250=785,40 یاني افغانی ارزښت لري..**

په لاندې څیره کي کتل کیږي، چي د ګردی منځهواره نزدي

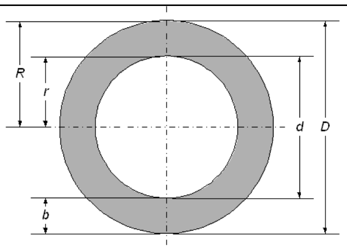
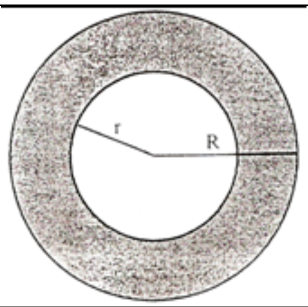


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څیره کي د څیري کوچنیوالي له امله د ګردی څیره لږ تخریب شوه، خو دا ستونځي پوهوړ دي٠

ګردیتوته ، ګردیبرخه او ګردیکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**ډیر وخت دننه- یا خوندیکردی له چاپیریالګردی کوچنی وي. نو له دي امله د دوي په منځ کي یوه کړی منځ ته راځي، چی د هغي منځهواره د دوارو ګردیو د کمون، کمښت یا توپیر څخه شمیرل کیږي .**
	**جمله :** **موږ دوه دایري لرو، چي د محاطي دایري وړانګه R او د محیطي دایري وړانګه r ده، نو د** $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi(R^2 - r^2)$ $F_K = \pi(R-r)(R+r)$

بل ډول یې: یوې د دایرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسي کیدی شي، چي د دایرې محیط د دایرې قطاع (د دایرې برخې) د سور او دننه او دباندې ګردی د نیمیو څخه هم وشمیرل شي، چي په لاندې کې یې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

$$A = (d + b) \cdot b\pi$$

پیلبیلګه:

د سپین میز درز پیداکړ. چی له غاړې یا ژی یې پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چي که دامیز په پنځه سانتیمتره کوچنی کړی . کومه میز سطحه پاتي کیږي او د دایرې کړی چی له منځه ځي څومره لویه ده؟

او د همغه پیل نیونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په میز ځای نیولی شي ؟

$$F = (0{,}9m)^2 . Pi = 2{,}835m^2$$

د دایرې کړی سطحه او محیط چاپیریا په لاندې ډول دي

$$F \quad = 1{,}95m . 0{,}05m . Pi = 0{,}30m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

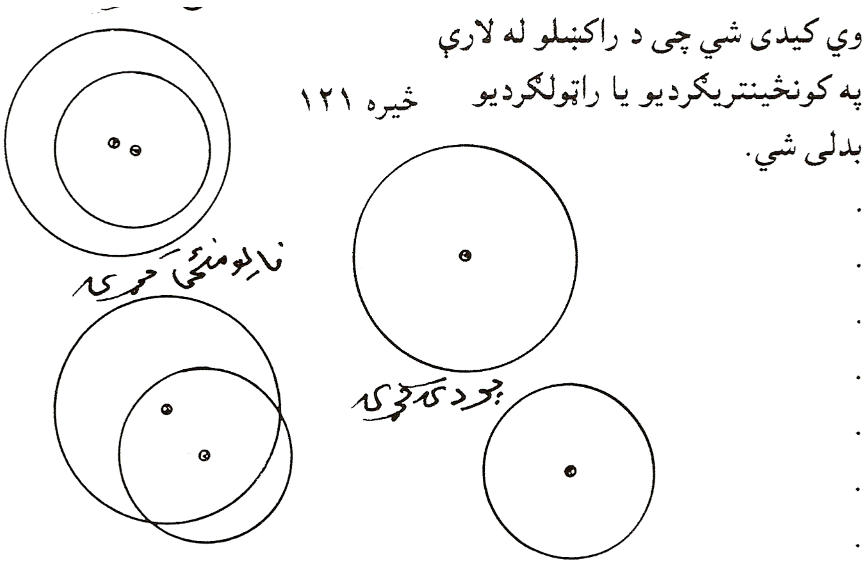
د داسې لږ ستونځو سره بيا هم ټول كسان پر ميز ځاي نيولی شي٠

د ګرديوپروتځايونه يوبل ته:

هغه دايرې، چې منځټکي يې يو په بل پربوزي كونځنتري يا راټول او په غير له دې اكسځنتري يا ناراټولې بلل کيږي.

يو منځي كړی يا دايرې   **نا يومنځي دايرې يا كړی**

ددې لپاره. چې يوه دايره ټوله په بله پريوزي كېدی شي دا كار د راكښلو له لارې په كونځنتري يا راټول دايرو واړول شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه يا زياتې ګردۍ چې منځ ټکي يې يو په بل پريوځي کونځنتري Konzentrie يا راتولي او په غير له دې اکسځينتري Exzentrieيا نارانولي بلل کيږي . که يوه ګردۍ توله په بله کې پرته وي کيدی شي چې د راکښلو له لارې په کونځينتري ګرديو يا راتولګرديو بدلې شي.

که ګردۍ يوبل پوره پټې نه کړي، نو د ګډو هوارو) = غوځديريو(يا ګډو پاتې يا باقي شميرنه له ستونځو سره مخامخ کيږي .که ګردۍ يو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردۍ يو دبل سره پردی بلل کيږي ۰ د دې ګرديو ځيرې مو نه کښلې، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي۰

څو پيژندونه يا تعريفونه:

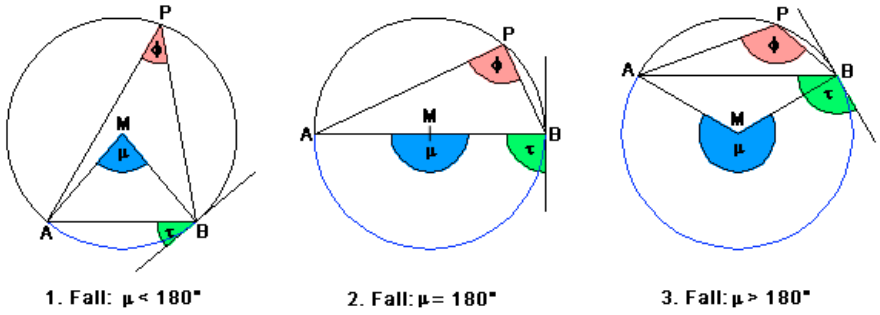
د ګردۍ هغه برخه ګرديوته) سګمنت (Segment/ Abschnitt بلل کيږي، که چيرې يوه دايره (ګردۍ) د يوې کرښې له لارې يا کرښه باندې غوڅه شي . داسی يوه کرښه غوڅکرښه ياغوڅوونی) سيکانت (Sekante بلل کيږي. غوڅکرښه ګردۍ په دوه توټو ويش. که دا کرښه د ګردۍ له منځ څخه تيره شي، نو ګردۍ په دوه برابرو برخو ويشي، چې دا بيا ګردۍ نيموونې بلل کيږ. هغه غوڅوني چې له منځ ټکي تيره شي، د ګردۍ نيمی يا لنډ: نيمی بلل کيږي. که ګردۍ په يوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کيږي او که له ګردۍ څخه دا کرښه دباندې تيره شي نو تيريدونی کرښه بلل کيږي .په ګردۍ د غوڅکرښی دننه پرته برخه د ګردۍ توټوني (Sehne) يا وتر بلل کيږي .توټونی يا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چې غوڅی ، تنجنت او تيريدونکی ناپاي کرښې يا ـلکه، چې ورسره بلد يو ـ کرښې دي .د يوه ګردۍ څخه د دوه ورانګو په مرسته کيدی شی يوه برخه راغوڅه شي دا برخه ګرديبرخه يا سکتور Sektor بلل کيږي. د منځټکيکونج يامنځني کونج او ليندۍ (Bogen) b سره. مخامخ ځيره ده

په لاندې ځيرو کې د نومونو له الماني څخه په پښتو کوونه له کين وښی لورته:

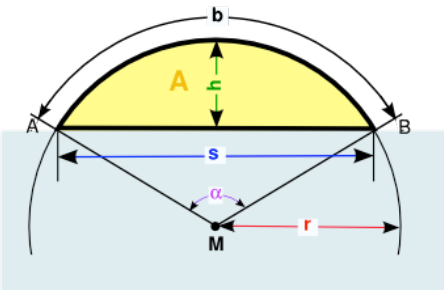
ګرديلينده Kreisbogen د ګردۍ توټه وونې(توټووني) Kreissehne ، ګردۍ برخه Kreissektor ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

په گردی کې د کونجونو ډولونه:



د گردی توټه (د ځيرني پوهيدوله پاره دالاندي ځيره پوره په پام كي ولرى)



گردی توټه Kreissegment ,

د گردی توټی لويې:

- **α = منځټکيکونج Mittelpunktswinkel**
- **b = گردی‌لينده Kreisbogen**
- **h = د توټي جګوالی Segmenthöhe**

(c) ketabton.com: The Digital Library

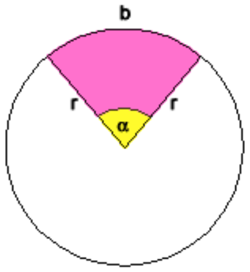
- Radius وړانګه= r
- Kreissehne (وتر) توته ووني = s
- Segmentfläche توتي هواره = A
- Kreismittelpunkt ګردی منځټکی = M
- Verbindungترنه A-M-B = برابرپېنيز درېګودی

Formel zum Kreissegmentد ګرديتوتي فرمولونه	
$A=\frac{\alpha}{360°}\cdot r^2\cdot\pi-\frac{1}{2}\cdot r^2\cdot\sin\alpha,$ $A=\frac{r\cdot b}{2}-\frac{s\cdot(r-h)}{2},$	منځهواره مخامخ فرمول **Flächeninhalt**
$r=\frac{4h^2+s^2}{8h}$	Radiusوړانګه (شعاع)
$s=2r\cdot\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s=\frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)}=2h\cdot\cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne توته ووني (وتر) د وروسته لپاره دي په پام کې وي
$h=r-\left(r\cdot\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h=r-\sqrt{r^2-\left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h=\frac{s}{2}\cdot\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توتي جګوالی یا قطعي جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360^\circ}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180^\circ}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	Bogenlängeدلـيـنـدي اوږدوالـی
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel مـنـځـتـکـيـکـونـج پـه درجه کـچ)(Gradmaß)(
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	Kreiszahlگـرديـکښ

ګردی برخه Kreissektor یا د ګردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د ګـردی بـرخې یـا قطاع فـرمـولـونـه	
$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** مـنـځـهـواره
$b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot r \cdot \pi$	د ګـردی لـيـنـدي اوږدوالـی يـا د قـوس--
r	Radiusوړانـګه
α	مـنـځـتـکـيـکـونـج (پـه درجه (Gradmaß)Mittelpunktswinkel کـچ)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3,1415926536$	Kreiszahlګردیکې یا د داېرې عدد

د یوې ګردی او کرښو پروتځایونه یوبل ته:

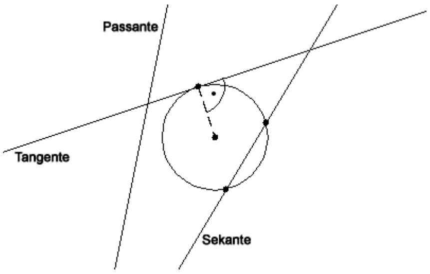
کرښه، چې ګردی غوڅوي، غوڅونې بلل کیږي.

کرښه، چې ګردی لمسوي یا د ګردی مماس دی، د ګردی لمسونې یا مماس بلل کیږي.

کرښه چې له ګردی تیریږي، له ګردی تیرېدونکې بلل کیږي.

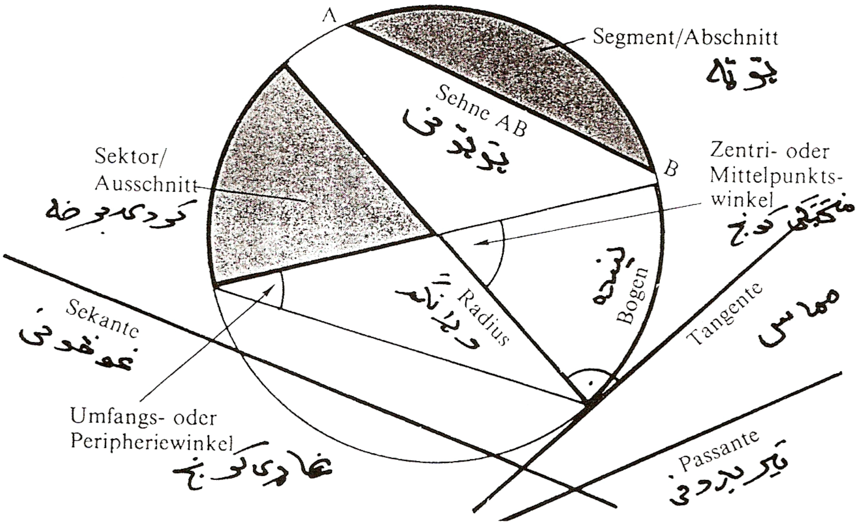
د کرښوپروتځایونه د ګردۍ ته:

په لاندې څېره کې د کرښو نمونه: تیریدونې Passante ، تانجنت Tangente، غوڅونې Sekante ، لاندې څیره کې خو هرڅه روښانه دي.



په لاندې کې پورته ټولې څېرې په یوه څېره کې ورکړل شوې دي

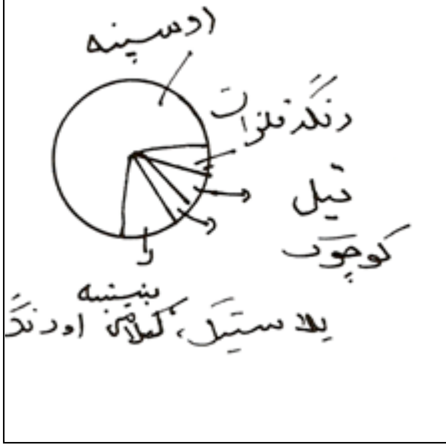
(c) ketabton.com: The Digital Library

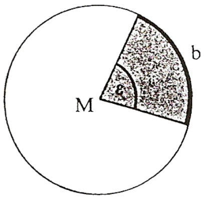


خیره ۱۲۲

پیلبیلگه :

د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه (خام) مواد په خرڅ رسیږي یامصرفیږي. په دې کې اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کې ، په پالستي، شیشې او رنګ ټول ۹ په سلو کې رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کې رسیږي، او تیل ۴ په سلو کې . یو ګردیدیاګرام وکاږی چې هره برخه په کې ورکړ شوې وي .

د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ (۱۰۰ په سلو کې) د جوړموادو برخه د ګردبرخي څخه عبارت دی. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردیبرخه وي د منځکونج سره 360°:100=3,6° وی . یعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° خیره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په یوې ګردی	

کې وکښل شي یا لاندې د ګردی برخي خیره خرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره یې په نخښه کوو لویوالي په تناسب برخهواره **Fsk** او هم لینده **b** تغیر خوري او لاندی باوري دي: $\frac{F_{SK}}{F}=\frac{b}{U}=\frac{\varepsilon}{360°}$	ε لویوالي b ده کې دیوه یا ګردی راغوځي  خیره ۱۲۴

د ډبل برابرون د دویمي برخي ښخه باوري دي:

جمله : د ګردی برخي د لیندي اوږدوالی داسی دی:

$$b=\frac{n.\varepsilon}{360°}=\frac{2\pi r.\varepsilon}{360°}=\frac{\pi r\varepsilon}{180°}$$

د لومړی برخی ښخه د سیکتور یا ګردیبرخی لپاره باوري کیږي

جمله: د سیکتور یا د ګردیبرخی منځهواره په لاندي ډول ده:

$$F_{Sk}=\frac{F.\varepsilon}{360°}=\frac{\pi r^2.\varepsilon}{360°}=\frac{rb}{2}$$

اړیکي $F_{Sk}=\frac{rb}{2}$ مات د $F_{Sk}=\frac{F.b}{n}=\frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لنډوني ښخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخي (بیلګه مخ) هواره خومره لویه ده، که د ګردی دیاګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستيك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات $= F_{\text{ریږ}} = 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تيل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

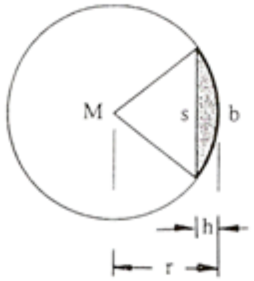
د ټولو ټولګه يا د ټولو زياتون بايد د ګردی هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارې ددې فرمول سره نور د برخهوارې شميرلو لپاره هم کوم جنجال يا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بيا د برخهوارې او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پينيز دريکوډي کمون دی.

خيره ۱۲۵

ګردۍ ټوټه



د دريکوډي هواری لپاره باور لري:

$$F = s(r - h) / 2 = 0,5\, r^2 . \sin \varepsilon$$

(تريګونومتري دی وکتل شي ....) او ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګرديټوټی يا سګمنت هوارې په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon / 180° - \sin \varepsilon]$$

په کارونه يا عمل کی د ټوټه هوارې لپاره کټور نږدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه: مدیر کړاو له ځان څخه پوښتي چی ایا د ګردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟

لمړی ګردیتوبی شمیرو. په ورته ډول لکه د ګردي نږدي شمیرلو لپاره، د مربع څخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دي د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دګردیتوبي جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.

لاندي لاس ته راځي:

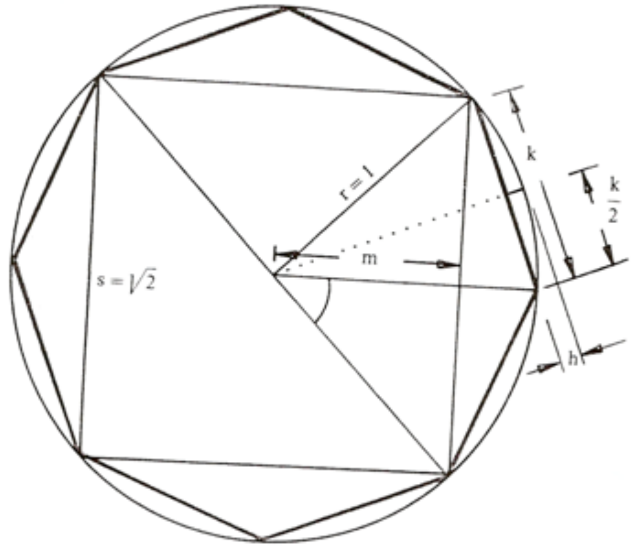
$$s = \sqrt{2} \,.\, 1 = 1{,}414 \text{ m} \;;\; m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s / 2 = 0{,}707 \text{ m}$$

$$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0{,}756 \text{ m}$$

$$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076 \text{ m}$$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0{,}393$ m دی.او له دې سره

$$F_{\text{توټه}} = 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039 \text{ m}^2$$



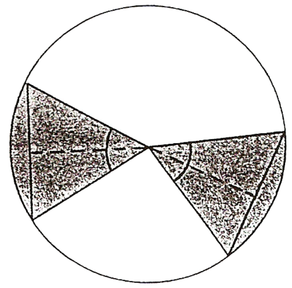
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د ښیښی میز جوړیږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په
لاندې توګه ده: 8.0.039 = 0,312 m² .میز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غورزولشوي}} = 2,828 \text{ m}^2$$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګردیهواره د وړانګي r = 95 cm سره. د
کیناستلوځاي سور (k) حتي زیات شوی ، چاپیری اوس U = 8.0,765 = 6,123 m

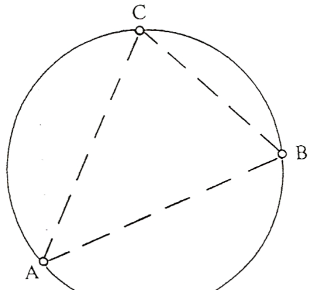
د مساوي ټوټوونو جمله



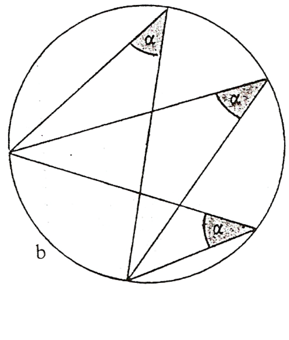
خیره ۱۳۱

مساي اوږدې ګردیټوټی د ګردي له منځټکي
مساوي فاصلی لري، مساوي منځټکي کونجونه،
مساوي ګردیلینده، او مساوي ګردیټوټی او
مساوي ګردیبرخی لري .

د چاپیرګردی جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره یوه ګردی موجود
ده چی د دریواړو ټکو څخه تیریږي:
دا د دریکونجي ABC چاپیرګردی بلل کیږي
خیره

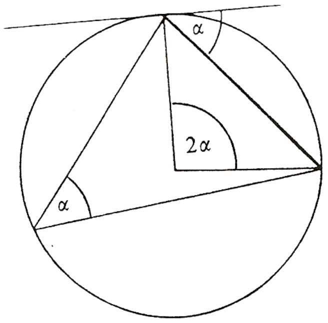


د پریفري – یا ژیکونج جمله

خیره ۱۳۳

په همغه لینده باندې ټول
پریفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

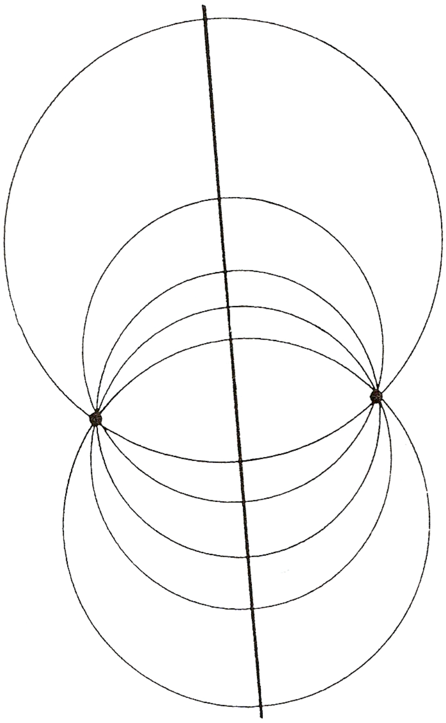


د منځنېکیکونج او پریفریکونج یا ژېکونج جمله:

یو منځنېکیکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې ترلی پریفري کونج. (چاپیرکونج)

ځیره ۱۳۴

د منځنېکي کونج او د
تانجنت–ټوټوني– کونج جمله:



د منځنېکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت–ټوټوني کونج.

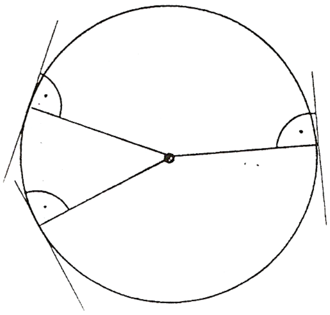
دګردیوجمله چې په دوه ټکو کې
سره پریکوي
د ټولو ګردیو منځنېکی چې یو بل په
دوه ټکو A او B کې غوڅوي یو
ناپایکرښه باندې چې ځایلاین
(ځایکرښه) ورته وایي پراته دي.

ځیره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله

په لمستېکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نيغ پراته دي.

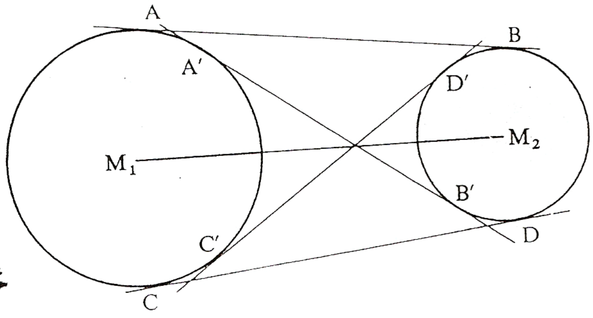


څیره ۱۳۶

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننني (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي.که چیرې دوه ګردي ګډ دنني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅېدونې همغه اوږدوالی لري.

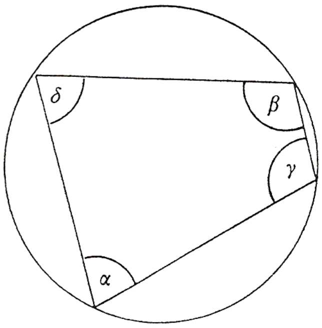
|AB| = |CD| په همدې ډول (<=>) |A'B'| = |C'D'|



څیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره 180° ته پوره کوي

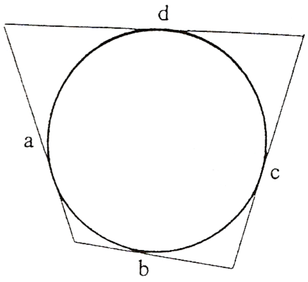


خيره ۱۳۸

$$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180^\circ$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي کې د مخامخو ضلعو لويوالی د نورو ضلعولويوالي سره برابر دی



خيره ۱۳۹

A+c = b+d

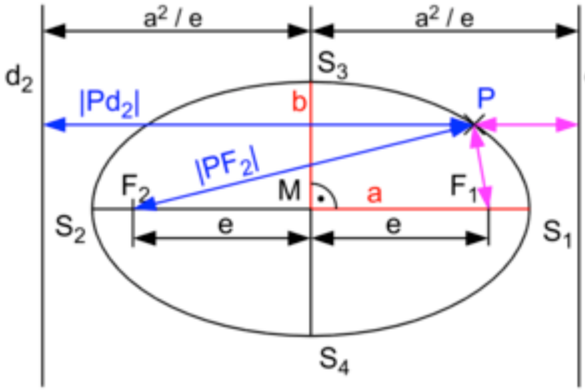
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – ایـلـیـپـسی (بـیضوي یـا هـګۍ) (دلـتـه مـوخـه هـواره ده)

Ellipse

پـیلـبـیلـګه :

د کړاو میز جوړښت بـانـدې مـوړ پـه اتـه کـونـجي اوبـی یـا حل کی تـم کـړی وو. دا چې پـه دې ډول یـو میـز سره تـل د زخمي کیـدو خطر مـوجود دی‌پـوښتنه رامنځ تـه کـیږي چې : داسی یـو را ګردشوی شکـلی شکل ، چې ګردی نـه وي او مـنظم غـوڅ وي، شـتـه، چې د کـړاو اړتـیـا پـوره کـړي؟ پـه ریـښتـونـی ، داسی یـو اوبـی یـا حل مـوجود دی، لـکـه چې لانـدې ښیره ښـایـي، چې هر د غـاړې ټـکی دوه ټـکو واټـنـونـو تـه یـو ثـابـت واټن لـري



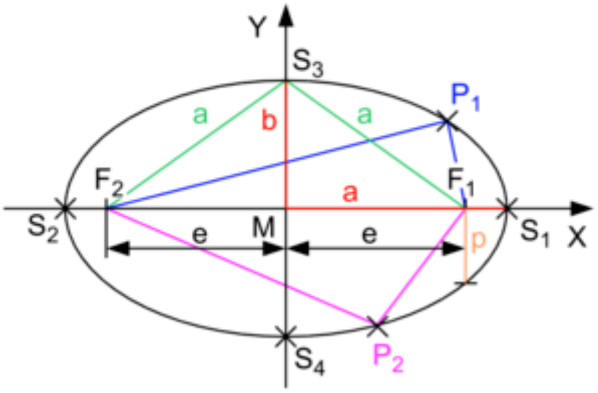
پـیژنـد یـا تـعریف:

د ټـولـو مـغـوټـکـو P ډیـري تـه چې لـه دوه ځـاي پـه ځـاي ټـکـو F1 او F2 (سوزېـدټـکـی یـا بـهـتـره سـوزونـټـکـو) ثـابـتـه یـا همغه واټن یـا فـاصلـه لـري، ایـلـیـپـسی نـومـیږي

لانـدې واټـنـونـو یـا فـاصلـو تـه سـوزونـوړانـګـی وایـي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oتـه د ایـلـیـپسی مـنـځ ټـکی و ا ی، eتـه د سوزونـو اټـن یـا فـاصله یـا لایـنـي ایـکسځنتریـځیـتـایـت (lineare Exzentrizitätیـا لایـنـي نـاراټـولـه وایـي .ددې لـویـو لـپاره لانـدې اړیـکي بـاوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

پـه دې کی a او b د ایـلـیـپسی لـوي او ووړ نـیـممحورونـه دي. اړیـکه I روښانـوي، کـه چیرې د ایـلـیـپسی ټـکی P د نـیـممحور a پـه اخر کی وټـاکل شي، IIد پـیـوتـاګـوراس لـه جملـی لاس تـه راځي کـه د Pټـکی د b نـیـممحور پـه اخر پـروت وي .دواړه نـاپـاېـکرښی چې د سوزونـټکي تـیـریـږي او پـه دې پـه O کی ولاړه نـاپـاې کرښه د ایـلـیـپسی سیـومـیـتـري محـورونـه جوړوي .د خوښي پـه ټـکی P کي هره پـه تـانـجنـت ولاړه کرښه د سوزونـوړانـګو تـرمـنځ کـونـج نـیـموي.

د ایـلـیـپسی جوړول د بـاغوان لـخوا یـا د ایـلـیـپسي بـاغوانـي جوړښت:

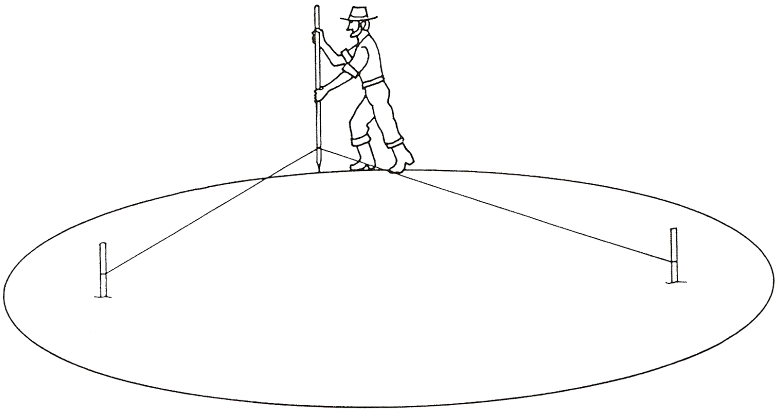
دا څیـره دې ګران لـوستونـکي د تـمرین پـه تـوګـه وبـاسې٠ د یـوې رسی، چې پـه 2aاوږده وي، پـه داوړو سرونـو کي موږي وتـړی او دا بـپـا پـه ځمکه ټـکوهي، د یـو بـل)خوزیـدونـکی (موږي یـا لـرګي پـه مرسته دا پـړی راکښ کړی یـا راکاږی او وګرځوی ، دلـتـه کـوم شکل چې پـیـداکیـږي ایـلـیـپسی ده او دواړه د پـړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونو ټکي چې موړي پرې وهل شوي سوزونټکي دي. ځیره په هر کواوردینات سیسم او یا په یوه میلي متر کاغذد کونځینتري یا راټولو ګردیو په مرسته بل جوړښت امکان پیداکیږي، چې سړی د یوه ټکي دوه ګردۍ د a او b وړانګي ووهي او هره د خوښي وړانګه د ننني ګردۍ په Pb او دباندنی ګردۍ په Pa کې غوځوي. که د Pb ځخه یوه پرته کرښه وویستل شي او د همغه تر Pa دوام، نو هرچیرته یو د ایلیپسی یا هګی یا بیضوي ټکی لاس ته راځي. د ایلیپسی هر ټکی داسی پیدا کیدی شي .پیژندل کیږي چې هر 2 ته b غبرګ ټوټونی

د k= a / b فاکتور سره لنډ شوی دی. له دې سره د هوارې دننه هم تغیر خورې ددې فاکتور k په اندازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$



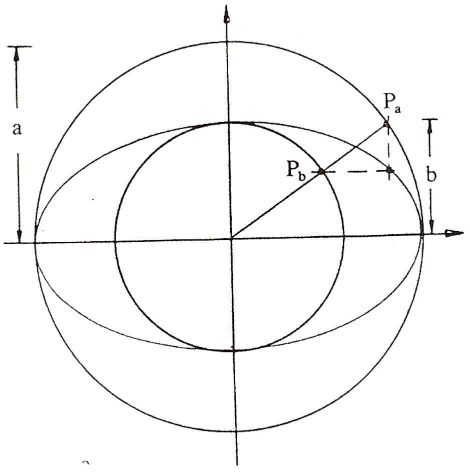
ځیره ۱۴۱

او له دې چې r = a او (k.r =b د r لته د ګردی » لویه نیمه اکسی (محور) ده

جمله : د ایلیپسی هواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.



شیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi(1,5 . [a+b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi <=>$$

اویا په په همدې توګه یا ⟺

$$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د بناغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي څیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوځ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi . 1 . 0,95 = 2,985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپيرى كيږي:

$$U \sim \quad 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95}\,)\ 6,127\ m \quad \Leftrightarrow$$

يا په همدې توګه د بيضوي يا هګۍ و د ګردۍ فورم ته يا ګرديځيرې ته نژدې فورم نيسي $U \sim 6,128\ m$. له دې امله هګيځيره د ميز لپاره مساعد اوبى يا حل دى.

تمرينونه

١ – په كاليفورنيا كى د يوزيميت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دى. كوم چاپيرى يى هغه ونه لري چى وړانګه يي ۷ ، ۴ متره وي؟

٢ – د لاس ساعت دقيقه ښونكى ۱،۵ سانتي متره اوږد دى(څرخونمحور– څوكه)، څوكه يى په يوه سانيه، يوه ساعت، يوه ورځ، يوه اونى، يوه كال كى څومره لار وهي؟

٣ – ځمكه نژدې ۶۳۷۸ كيلومتره يوه قطبي (اكواتور) وړانګه لري. قطبچاپيرى يى څومره دى ؟

۴ – په خيال كى دې ولرو، چى له اكواتور يا قطب څخه يو پيرى غزوو (۴۰۰۰۰ كيلو متره)، كوم چى د اكواتور يا قطب له چاپيري څخه يومتر اوږد دى. د يوه ځانګړي تخنيكى چمتووالى له لارې په هرځاي كى د ځمكى څخه په همغه واټن راوړل كيږي. ايا دا واټن پوره لوي دى چى سړى ددې ترمنځ يوه د (ګيركلى) پاكي وځايوولى شي يا ځاي كړاى شي؟

۵ – د غوځهواره به يى د ځمګي سره څومره وي كه د اكواتور يا قطب په اندازه جګ وي؟

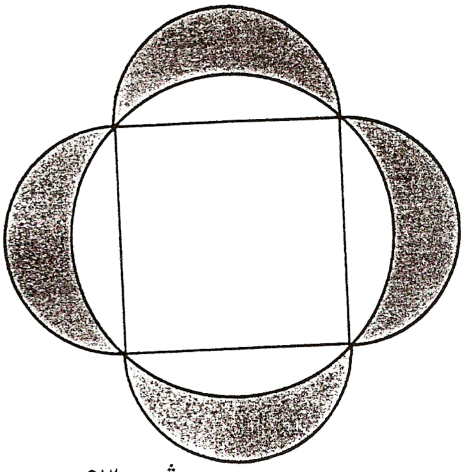
۶ – په اكواتور يا قطب دوه ځايونه څومره لري دى، كه يو له بل يوه اوږددرجى په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

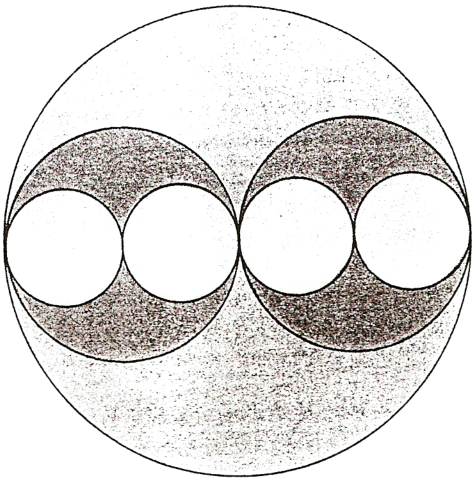
۷ – د ګردۍ چاپیرۍ څنګه تغیر
خوري، که د هغه وړانګه
دوه برابره شي یا په
همدې ډول نیمه شي؟

۸- وښايي : د مربع هواره د
څلور میاشتو (سپوږمیو)
د هوارې سره مساوي ده
(څیره۴ ۱۴).



څیره ۱۴۳

۹ – د څیرې   سره سم د
ګرديو هوارخوندي یا هوار
دننه یا هوارمتن د مساوي
وړانګي سره وټاکی. دا هره
یوه د لويي ګردۍ په سلو کی
څومره برخه جوړوي؟
وښايي چی د څلورواړو ګرديو
چاپیرۍ د همغی وړانګي سره
دومره لوي دی لکه د راچاپره
یا دباندې ګردۍ چاپیرۍ.



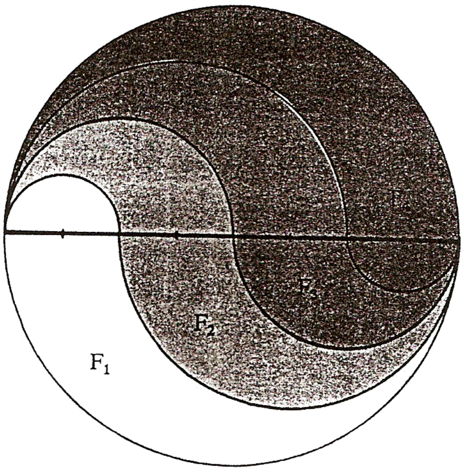
څیره۱۴۴

۱۰ – د یوې مربع دباندې او دننه
یوه ګردۍ راګرځیدلي. د
دواړو ګرديو هوارې یو بل ته
څنګه ځانونه نیسي (تناسب یا
ځاننیونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګې $r = 7,2$ cm سره، یو له بل دومره لرې دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډه هواره اندازه کړئ، چې څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردۍ ، چې وړانګه یې $r = 10$ cm ده، که یوه ګردیکړی کیښنول شي، چې هواره یې دومره لویه ده لکه د دننه ګردۍ هواره. د باندې ګردۍ وړانګه به څومره وي؟



څیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردۍ برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په څیره ۱۴۵ کې چې ورکړ شوي، وښایي، چې وړانګه یې $r = 4$ cm وي. وښایي چې هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (څیره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښایي ، کوم چې همغه هوارخوندي لرې لکه :

الف) یوه مربع، چې داړخ اوږدوالی یې ۵ سانتي متره وي.

ب) یوه روتی چې نیمې یې ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

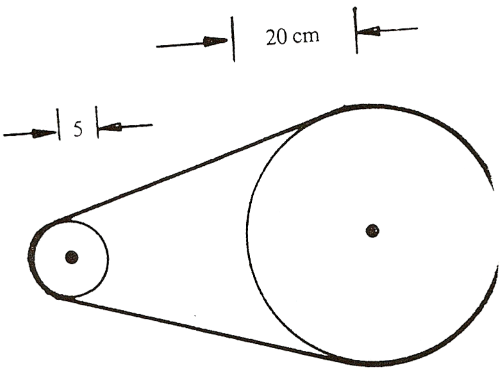
پ) یو مساوي اړخیز دریکونجی چې د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د یوه پنډ پینسیل سره یوه ګردۍ وهل کیږي، چې دننی وړانګه یې ۵ سانتي متره وي. داچې پنسل یو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ریښتینی یوه ګردیکړی ده. د دې ګردیکړی هواره وشمیری.

۱۶ – یوه ساتلیت یا جوړه، یعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په یوه ګردۍ راڅرخي، چې سرعت یې په سانیه کی ۸ کیلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته ضرورت لري. وښایي چی دا ساتلیت یا جوړه سپوږمی یا مصنوعي سپوږمی له ځمکی څخه په کوم جګوالي الوزي؟



څیره ۱۴۶

۱۷ – د یوه څرخونکړی یا بهتره څرخونېتی په مرسته کیدی شي څرخونحرکت یا څرخونخوزون د یوې څپی په بلی څپي راوړل یا واړول شي. په یوه ورکشاپ کی یوه دقیقه یعنی ډیره تیك اره په بریښنا ماشین چلول کیږي یا په حرکت راوړل کیږي. د اري خوزون یا حرکت څومره زر یا تیزدی یا چټك دی، که د ماشینڅرخونڅرخی یا ګاډیل (r = 20 cm) په ثانیه کی ۸۰۰ ځله وګرځي؟

۱۸ – کوم چاپیری او هواره الیپسی یا بیضوي یا هګیځیره لري که ولر:

a) a = 40 cm, b = =12 cm, b) a = 6 cm, e = 1 cm

c) $r_1 = 4$ cm , $r_2 = 3$ cm , $w(r_1,r_2) = 90°$

۱۹ – وښایي: په یو په بل پرتو الیپسو کی دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1 /2$ ، نو دننی ایلپس بیضوي همدومره لویه ده، لکه په دې دپاسه ایلیپسي یا هګیځیرې غاړه.

۲۰ – ځمکه په یوه کال د لمر څخه نزدې د یوې ګردی په څیر راڅرخي. ددې چاپیري وړانګه نزدې ۱۵۰ میلیونه کیلومتره ده.

الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

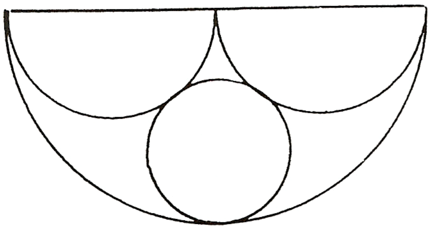
(c) ketabton.com: The Digital Library

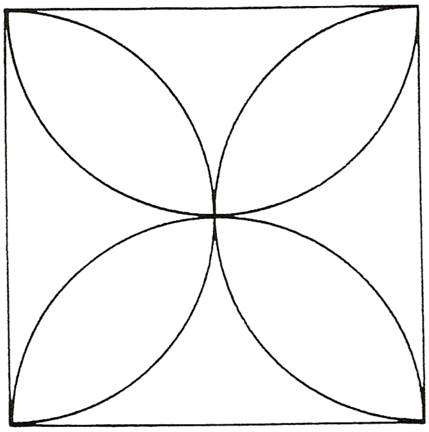
ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟

پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟





څیره ۱۴۷

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 8 : 5 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه r = 10 cm. وشمیری

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- منځنۍ کونج

ب - د ګردیبرخی هواره.

۲۳ - کوم منځنۍ کونج په لینديځ پوري اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ - د یوې ګردیتېوټونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ - یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمی ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راڅرخي. د راڅرخونخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف - سرعت یی څومره لوي دی؟

ب - په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

۳- کرښیزو څیروونو یا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پیل یا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښیزو (لایني) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څیر بلد یو او د تابع مساوات سره د کرښیز مساوتو په څیر بلد یو. متناسبې اړیکې یا تناسب ټولګې یا ا ړیکې د کرښی په څیر انځوریدلای شي.

بیلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قیمت لري، میرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپین 5000 g اخلی او باید: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په ټولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکې سټ(ډېرۍ) xلپاره K=p.x دی.

یعني قیمت K دx په واک کې دی یا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېرۍ یوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمیر دی .

که دK(x) په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کې د صفر له ټکي څخه تیرېدونکې یوه کرښه ده.

بیلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبايل يا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د مياشتي € 20 ورکوی او د دقيقي د تلفون قيمت يي € 0,2 دی. پوښتني.

الف: څومره بايد غورځنګ تاديه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په يوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

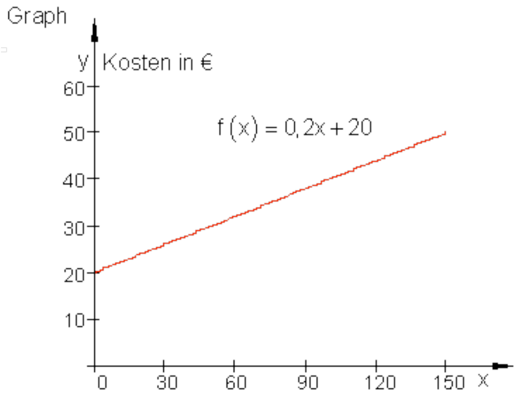
ب : په يوه مناسب وضعيه قيمت سيستم کي يي ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشميرني لپاره يي د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قيمت له يوه زياتيدونی يا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واريابلي يا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چيرته چي x د تلفون شوو دقيقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقيقو	0	30	60	90	120
قيمت په €	20	26	32	38	44

اوبي يا حل و ب ته: ګراف، y قيمت په €، پروت: په دقيقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقيقو د خبرو خپلواکه متحوله ده y = f(x) په € د تولي مياشتي د تول مصرف بلواکه متحوله يا تابع ده . په لاندي شميرنه کي يوونونه(واحدونه) دقيقی او€ يورو نه ليکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسي مخ ته ځو:

بنسټ پيسي بايد تاديه شي	$0\ \text{min}: y = f(0) = 0{,}2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30\ \text{min}: y = f(30) = 0{,}2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60\ \text{min}: y = f(60) = 0{,}2 \cdot 60 + 20 = 32$ ....
د x دقيقو دوام لپاره د تابع مساوات	$x\ \text{min}: y = f(x) = 0{,}2 \cdot x + 20$

بيلګي :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بيلګي:

يو د اوبو ډنډ 1000 ليتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 ليتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرى يا - سټ لپاره د تابع مساوات داسي دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسين هره مياشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € يورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دى: $f(x) = 1300 \cdot x$

يو ټانک 4000ليتره ډيزل لري. يو موټر هره روځ 500 ليتره مصرفوي.

د ټانک منځپانګي لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

كه د تابع متناسب اړيکي برقرار کيږي، نو لاندې فکر اړين دى:

ايا يو پيل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغير ارزښت ځومره دى (د بيلګي په توګه هره روځ، دقيقه يا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغير ارزښت زياتيز يا مثبت يا کميز يا منفي ږی(مثبت = زياتيدنه، منفي = کميدنه)

کرښيز برابرون يا مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

$y = m \cdot x + b$ يا $y = m \cdot x + n$

دا چي کرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چي د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- يا نسبتي توابع:

يوه تابع $f(x)$ د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$: سره n -مه درجه

ټول راشنل يا ټول نسبتي تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (ځلوهووني) بلل کيږي.

دا چي دواړه اخرني زياتووني يا د جمعي برخي $a_1 x + a_0$ په کرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

يوه تابع $f(x)$ د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت يا جګ عدد (چي دلته 1 دی، ځکه چي x $= x^1$) ټاکل کيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 د b يا n لپاره ليکل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، کرښيز ي يا لاينيز تابع،، اړيکي په دي وداني دي، چي د کرښيزي تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کي يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرى: د کرښيزي تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګي:

$$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5 \quad f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$$

.

تمرين ۱ :

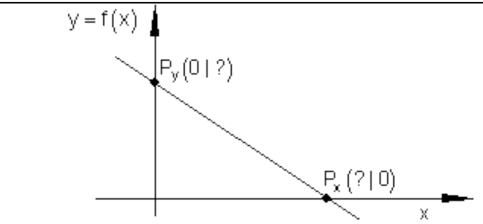
د D تول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکى او د ګراف رسم يي وکاږى.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف ست $D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت ست W وټاکى.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محوررونه قطع کوي؟

۳.۱ - د محور غوښتکي (د تقاطع ټکي)

محور غوښتکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کي چي ګراف د وضعيه قيمتونو محوررونه غوڅوي يا قطع کوي.	

دا ارزښتونه لږ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدى شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدى شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چي دا ارزښتونه د ګراف او یا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي یا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- یا غوڅتکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چي دy په محور پراته دي ارزښت 0 = x لري.

د لاینیزو (کرښیزو) توابعو عمومي مساوات یا - برابرون : $f(x) = a_1x + a_0$

شرایط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 | a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - یا سره ټاکلی.

بیلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چي : P_y کواوردینات (0,-3) لري. د دې لپاره لیکو: $P_y(0,-3)$

په یاد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼي د ټولو کرښیزو توابعو لپاره کیدی شي مستقیماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور یا پراه محور سره غوڅتکی یا د تقاطع ټکی (Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چي دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x | f(x))$ له امله لرو: $P_x(x | 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

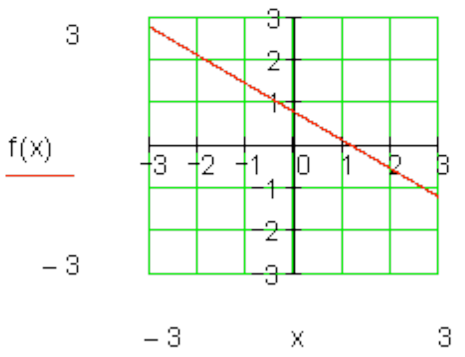
$$f(0) \Rightarrow \underline{P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)}$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \mid 0\right)}}$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې -x ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

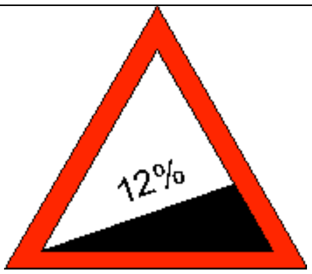
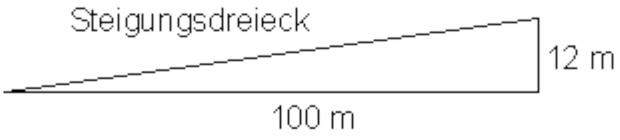
د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x) کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګیدنه(جګوالی) یا میلاند :

زیات ګاډي یا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دي امله په غرونو کي غاښیز ی پټلی یا د پړو (د وسپني پړو) (د جګیدن کوټي لپاره) کېښول کیږي یا نسبیږي یا غزیږي، دا هم د مایلو واټنونو لپاره.:

	د سرکتخته باندي ،، 12%جګوالی،، په دي معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګیږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګیدني دربګوډی 

دجګوالی توپیر او پرتي یا افقی کرښي په منځ کي تناسب جګوالی یا میلان بلل کیږي.

په انځور شوی حالت کي دی: $12\,m : 100\,m = 0{,}12 \triangleq 12\%$

پیژند(تعریف):	لاندې الماني په پښتو:
جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت یا ګاونډي	ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په

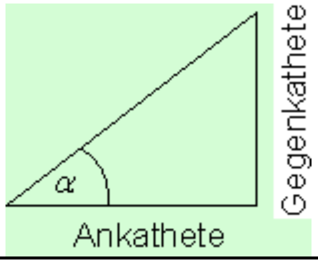
(c) ketabton.com: The Digital Library

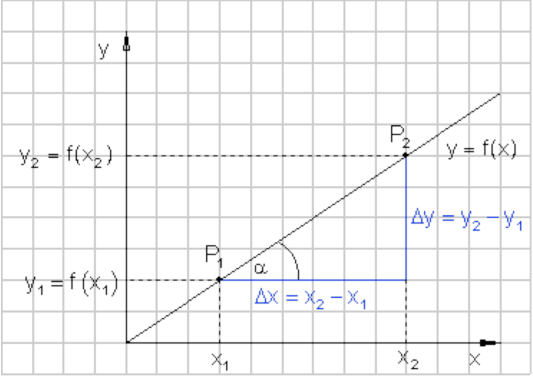
اړخ برابر تانجنت

$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخ اړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α ۱ د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

پروت اړخ





په ښنګ کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کرښه جوړه ده، چې له تکو P_1 او P_2 ښخه تیریږي.

د کرښي جګوالی دې د تکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو تکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$\Delta x = x_2 - x_1$

همداسې $\Delta y = y_2 - y_1$

قضیه:

د جګیدنې مثلث ښخه د کرښي جګوالی شمیرل کیدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه کواوردیناتسیستمم کې د کرښې جګوالی د یوه په خوښه قایمالزاویه مثلث (ولاړګوډیز درېګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ یا نیمی یا قطر Hypotenuse یې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضریب د کرښې مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا باید اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کرښمساواتو ضریب a_1 په ګوته کوي..

$$f(x) = a_1x + a_0$$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

جمله :

د یوه کرښیز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیرېږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

که د یوې کرښې دوه ټکي د کواورردیناتې له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

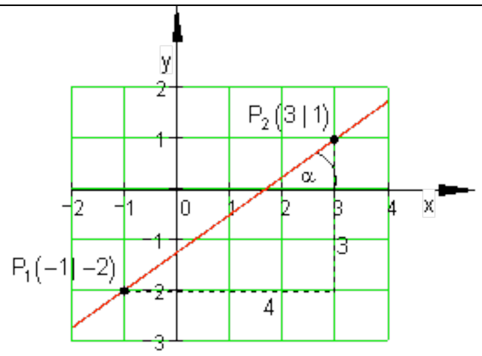
اول . کرښي رسميږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسي مځ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښي جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميرۍ

بيلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د يوي کرښي ټکي وي، چي جګوالی يي ټاکل کيږي



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

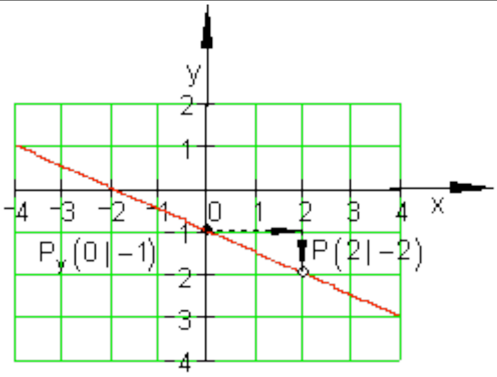
د جبشميري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36,87^0$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

د کرښيزي تابع ګراف تل کرښه ده.   د يوي کرښي د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی P_y هم پيژنو. دويم ټکی د جګوال له لاري لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

(c) ketabton.com: The Digital Library



بیلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$$

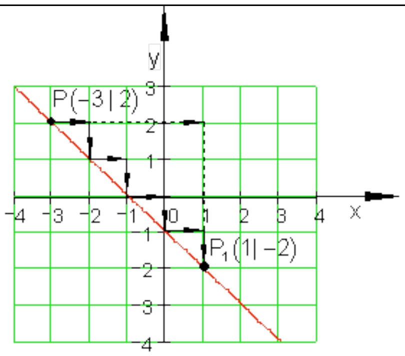
ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوڅوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته ځو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y او P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.

که غواړو د کرښې له یوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دویم ټکي ته راشو، کیدی شي دا لاندې لنډه بڼه په یاد کې ونیسو:

په یاد ولرئ: د مخرج واحدونه یا یوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه یا یوونونه د مخنښې په واک یا تابعیت کې پورته یا کښته لور ته.

دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کیدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضریب a_1 یو ټول(تام) ګڼ یا عدد هم وي، دویم ټکی په دې ډول ټاکل کیدی شي، ځکه چې هر ګڼ یا عدد کیدی شي په کسر بدل شي.

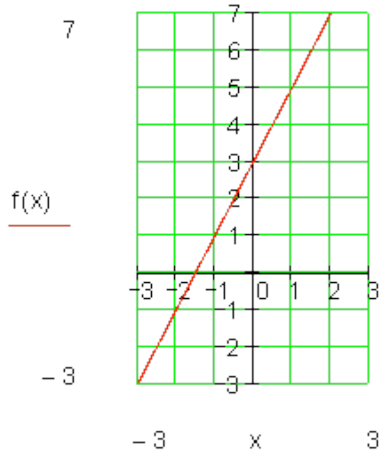


بیلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی یې a1=-1 دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که ځلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي یو له بل پوره لرې پراته دي چې یوه سوچه کرښه رسم کړای شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	له P ځخه هر ځل ځلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. ځلور پله ښي لور او ځلور پله کښته لور ته مو همغي برابري نتيجي ته بيايي.
	بيلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1} \quad a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کي غوځوي. دا ټکی په پروتولاړ – يا کواودينات سيستم کاږو. له P_y يو يوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه يوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره ترو او کربنه دواړولورو ته غزوو.

2.1.5.تمرينونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشميرئ او کرښي رسم کړئ.

د لاندي کرښو ګرافونه د امکان تر حده بي له جدول ځخه رسم کړئ.

د دي لپاره د y محور او د ځګوالي مثلث ځخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکی وشميرئ او د ګرافونو له مخي يي و ازمايئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دويم - $f(x) = -x + 3$ دريم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

ځلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ تم - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

نهم - $f(x) = -3x + \frac{5}{10}$ لسم - $f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}$

۳.۴- کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع ګراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P یوx او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په ګوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانګړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښي مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x) = a_1x + a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $m = a_1 \quad \wedge \quad b = a_0$ باور لري.

۳.۵- کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدل:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښیز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$$

بیلګه:

د نورو شمیرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه یا پیژندل شوې بڼه راوړو:

$y = f(x) = mx + b$ یا $y = f(x) = a_1x + a_0$

تمرینونه۳:

K_f د f کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$ سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدخیره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.

الف – ایا تکی $P(2,5 \mid 1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - تکي $A(x_A \mid 4)$ او $B(-2 \mid y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمیری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g د K_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(4 \mid 0)$. تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

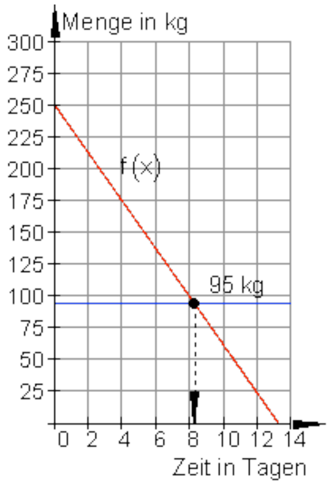
د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ   19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر یا زخيره ځای کې   250 kg شتون لري.

الف ــ د تابع مساوات وکاږی او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کې يي ګراف رسم کړی.

ب ــ په لاګر کې د95 kg پاتي غوړيو ورسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ ــ دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ده چي په ورځو يي ښايو. بلواکه متحوله یا تابع متحوله f(x) د پاتي سټ (ډېرى) په کيلوګرام غوړيو لپاره ده. پیل ارزښت 250 kg دی. د تغیرکچه منفي(کميزه) ده او 19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده. دا چي کرښيزې اړيکې شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کيږي $f(x) = -19x + 250$	ولاړ: ډېرئ يا ستن په کيلوګرام  وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمايش ورکولو سره لاندي باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمايش بايد د 8 ورځو په شاوخوا کي صورت ونيسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع يا غوښتکی دې وټاکل شي:

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدي تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د D ټول ګنيز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکی او د ګراف رسم يي وکاږی.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکی.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3 \qquad D=\{x\mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1)=\frac{3}{4}\cdot(-1)-3=-\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-3{,}75$$

$$f(0)=\frac{3}{4}\cdot 0-3=-3$$

$$f(1)=\frac{3}{4}\cdot 1-3=\frac{3}{4}-3=\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{9}{4}=-2{,}25$$

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1{,}5$$

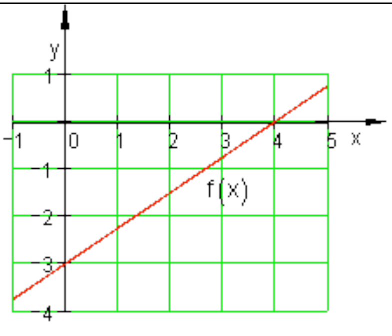
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0{,}75$$

$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$

$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0{,}75$$

جدول او گراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$$W=\{y\mid -3{,}75\le y\le 0{,}75\}_{\mathbb{R}}$$

$P_x(4\mid 0)$ او $P_y(0\mid -3)$

تمرين ٢ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کي د اېښوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

حل :

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع یا

غوڅټکی:

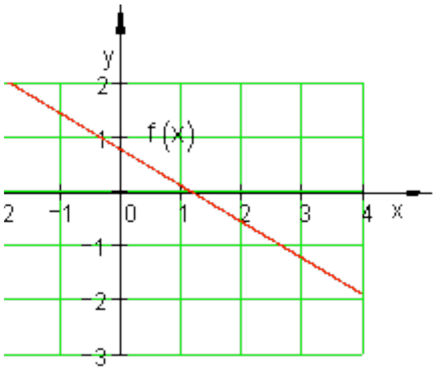
$$f(0) = \frac{3}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \middle| \frac{3}{4}\right)$$

د x– محور سره غوڅټکی:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} \,\Big|\, -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \,\Big|\, \cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{8} \Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} \middle| 0\right)$$



ازمایښت

$$f\left(\frac{9}{8}\right) = -\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8} + \frac{3}{4} = -\frac{18}{24} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 0$$

تمرین ۳ : حل.

تمرینونه۳:

د K_f کرښیزي تابع لیدعکس دی د $f(x) = 1{,}5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$ سره .

د یوي f تابع د کرښیز لیدځېره K_f د تابع ګراف هم بللکیري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ايا ټکی $P(2,5 | 1,75)$; د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A | 4)$ او $B(-2 | y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمېری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو يا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تيرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی يا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A | 4)$: $f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$
$\Rightarrow \quad 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 | +2$
$\Leftrightarrow \quad 1,5 \cdot x_A = 6 | : 1,5$
$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2 | y_B)$: $f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$
$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځايونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1,5x-2=0 \Leftrightarrow 1,5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1,5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1,5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماښت:

$$N(4\,|\,0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و2- g(x) =(3/2)x ته چې له ټکي N(4;0) تيريږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښيز مساوات**ا** .

لومړی - د لاندې تواپعو ګرافونه هر يو په يوه کواوردينات سيستم کې وکاږۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0,3x$ ث - $f(x) = 2,5$

دویم - و ازمایی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه بیزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4); P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5); P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟

الف - $f(x) = 0,4x + 1$ ب = $f(x) = -1,5(x-2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محوررونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښیز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(1-) f په ګوته کړی

ب = ایا $P(\sqrt{7}|-1,54)$ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعریع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$W_f = \{y | 1 \leq y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6?$ دی؟

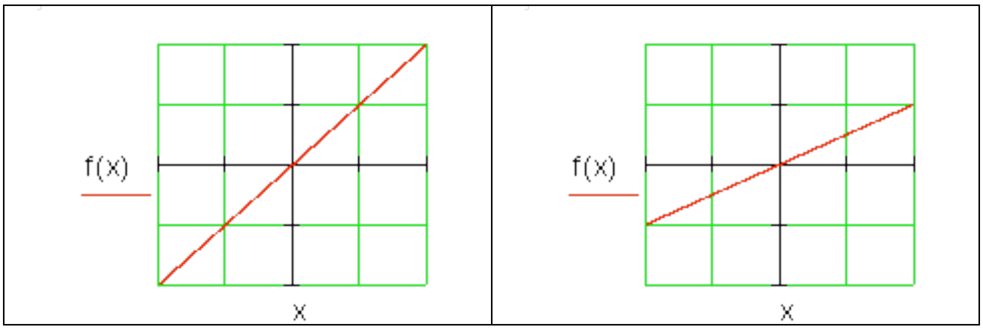
شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلې کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوڅ) کړي.

د تغیر خوړلې کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړی.

اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی

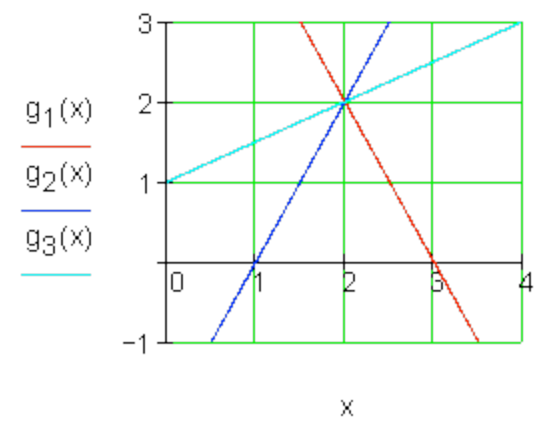
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتني

کرښيز مساوات یا - برابرونونه II

لومړی –



د لاندې برابرون له لارې کرښه g ورکړ شوې

g(x) = 2x + 8,2

د څنګ څیرې کرښه وټاکی، چې د g(x) سره غبرګه له ټکي(2 | 2)P تیریږي. د دې کرښې تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دلیل ودانه کړی.

دویم –

ټکی (3- ;P(4,5 په کرښه چې صفر(سرچینه ییزه کرښه) پروت دی.

ټکی P(3;f(3)) هم په دې کرښه پروت دی. f(x) وټکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

تېکي$A(1;3), B(-1;-7), C(2;-2)$ او $D(8;7)$ د مساوات $f(x) = 4x-3$ سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

ځلورم –

د کرښې g مساوات وټاکی.

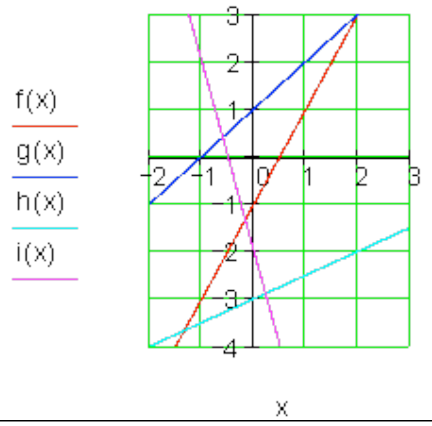
الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$؛ له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$؛ له $P(-1|-0,5)$

پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچينې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x-5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کرښيز تابع f لپاره $f(2) = -3$ او $f(0) = 5$ باور لري.

د تابع ترم وټاکی او$f(0,25)$ او $f(\sqrt{2})$ وشمېرى.

	شپږم- له ځنګ څيرې څخه د تابع ترم وټاکی. دx مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايی.

۳.۷- کرښيز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P ټکي څخه تیرې کرښې د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په ټکي کې څغلي.

د .$f(x) = a_1x + a$ تابع مساوات دې پیدا شي.

جګوالی: $a_1 = 1{,}5$ ټکی $P_1(-2|3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1{,}5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2|3)$ لپاره ازماینت

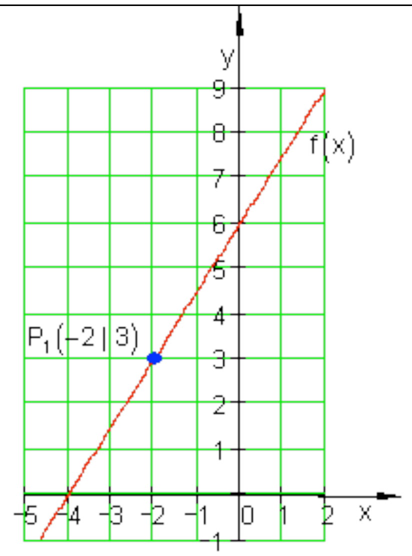
$$
\begin{aligned}
f(-2) = 3 \quad &\Leftrightarrow \quad 1{,}5 \cdot (-2) + a_0 = 3 \\
&\Leftrightarrow \quad -3 + a_0 = 3 \mid +3 \\
&\Leftrightarrow \quad a_0 = 6
\end{aligned}
$$

د تابع مساوات $f(x) = 1{,}5 \cdot x + 6$

ازماینت:

$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$

$f(-2) = 1{,}5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$



بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځې 7,5 kg خوراک شته. دولس روځې، وروسته له هغې چې زېرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره سټ يا ډېرى به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوګرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$

$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې جګوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسې حالت کې شميرنه ټويزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربښوده وي.

يوه کرښه دa_1 جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ ټکي څخه تيرېږي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1 x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

په $a_1 = -2 ; P_1(-3|4)$ په $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$: کي ځا په ځای کړی

$$f(x) = -2(x-(-3))+4 = -2(x+3)+4 = -2x-6+4 = \underline{\underline{-2x-2}}$$

ب- دویم حالت: کرښه له دوه ټکو تیریږي

بیلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پیداکړو.

$P_1(-3|-1)$ $P_2(4|6)$

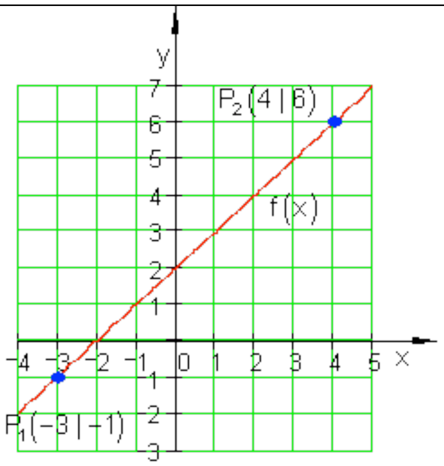
وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$
وروسته له دي چي جګیدنه معلومه شوه، ادا پوښتنه داسي حل کیږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازماینت لپاره بی پروا ده چي د دي لپاره کوم ټکي کارول کیږي، ځکه چي



(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازماینښت د $P_2(4|6)$ یا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \,|\, -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بیلګه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلومولو (تودوخې کچوني) لپاره مختلفې د تودوخې یا حرارت سکالا کارول کیږي. د څلزیوس سکالاCelsiusskala او د فارنهایټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښیزې اړیکې موجود دي.

$100\ ^0C$ برابری دي د $212\ ^0F$ سره . $0\ ^0C$ برابر د ی په $32\ ^0F$ سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کیږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه یا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

جګوالی:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0|32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کیږدی نتیجه یې ده.

د بیلګې په دول:

$$x = 20\ ^0C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\ ^0C \triangleq 68\ ^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1 x + a_0$

جګوالی:
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$
$$, = y_1 \mid - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزومساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$$
چيرته چي $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:
$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په $P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ او $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرين:

د ^0F په ^0C باندې شميرنې لپاره يو تابع مساوات وليکئ

۳.۸-تمرين: د تابعمساواتو شميرنه

يو کرښيز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تيريږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي يا غوڅټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دويم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دريم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

يوه کرښه له ټکو P_1 او P_2 تيريږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پيدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_2(4\,|\,-1)$ $P_1\left(-3\,\middle|\,\frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2}\,\middle|\,4\right)$ $P_1(-4\,|\,-2)$

۳.۹- د کربنمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کربنه:

$f(x) = a_0\,;\ a_0 \in \mathbb{R}$

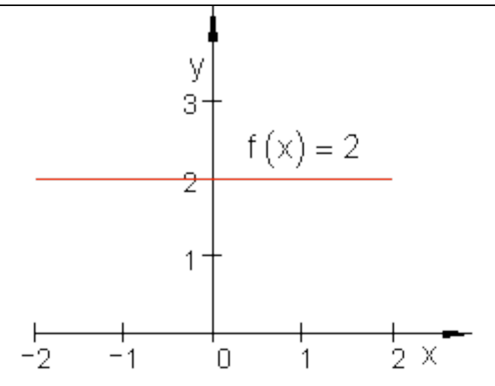
یو د 0 درجي تام راشنل تابع ده او

ثابته تابع هم بلل کیږي.

x- محور هم یوه ثابته تابع ده د

تابع مساوات $f(x) = 0$ سره.

د ثابتي تابع جګوالی تل صفر دی.

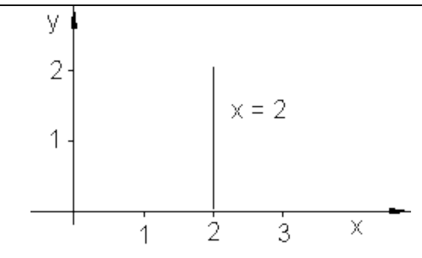


د y- محور سره غبرګه. $x = a\,;\ a \in \mathbb{R}$

کربنه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي.

دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چي یواځنی تنظیم نه شته یعني تابع نه ده.

د $x = 0$ y- محور مساوات دي.



بیلګه:

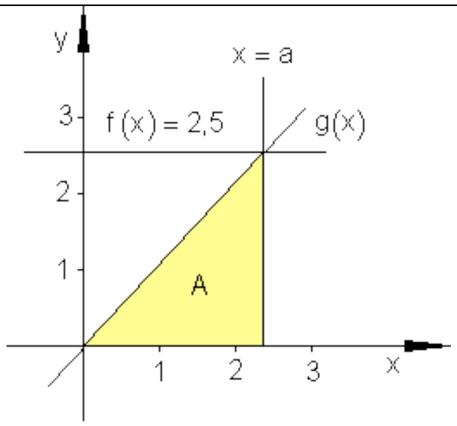
یو $f(x) = 2{,}5$ ور کړ شوی او y- محور سره موازي ده واټن د $0 < a$ سره.

یوه سرچینییزه کربشه g د $P(\,a\mid f(x)\,)$ ټکي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګې کرښې سره یو مثلث جوړوي.

a داسې وټاکئ چې وسطحه د سطحې څلور واحدونه (یوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟

 	$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د g = a او h=f(x) = 2,5 سره د مثلث سطه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$ $A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \mid \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$ (ځکه چې د سرچینې $g(x) = a_1 x \ (a_0 = 0$ کرښه د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$ د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرین: د ^0F بدلون شمیرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات ولیکئ

حل :

د ^0C اړونه یا بدلون په^0F د متحولې لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله یا خپلواکه متحوله ده او y = f(x) په^0C بلواکه یا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چي د حرارت الو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه پرته ده، نو ټکي P_1 او P_2 په یوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښیزه بڼه په دې ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضریبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمایښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|\, -\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xچې ^0F او y په ^0C .

پوښتني

کرښیز مساوات VI

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه و کاږی او د ارزښت سټ یا – دېری W و ټاکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x) = -2x + 2 ; D = \{x | -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} ; D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3 ; D = \{x | -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6 ; D = \{x | -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

الف- $P_1(3 | 4) ; P_2(7 | -1) ; D = \{x | 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 | 1) ; P_2(2 | -3) ; D = \{x | -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 | 3) ; P_2(-7 | -1) ; D = \{x | -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 | -4) ; P_2(4 | 2) ; D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرئ پیداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9 = 5 - x$ ب - $25 = 8 + x$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

ځ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

څ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پيدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3,5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2,5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګيدنې ضريب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندې ارزښتډېری .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{cases} \text{I} & 5y - 3x = 1 \\ \text{II} & x = y + 1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} \text{I} & 4x + 5y = 32 \\ \text{II} & y = 5x - 11 \end{cases}$ پ - $\begin{cases} \text{I} & 15y - 4x = -50 \\ \text{II} & x = y + 7 \end{cases}$

ت - $\begin{cases} \text{I} & 3x = y + 15 \\ \text{II} & 2y - 10 = 2x \end{cases}$ ټ - $\begin{cases} \text{I} & 2y = 2x - 40 \\ \text{II} & 3x = 10 - 2y \end{cases}$ ث - $\begin{cases} \text{I} & x + y = a + b \\ \text{II} & x - y = a - b \end{cases}$

پوښتنې

کرښیز توابع XI

لومړی-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\,;\ f_2(x) = -4x - 2\,;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع f_1 (x) سره د دویمې کرښې د تابع(x) f_2 سره غوڅیږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دویم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4;\ D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوڅیږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودینات

ب-تابع $f_2(x)$. .

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردینات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دریم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅیږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردینات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د کواودینات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

(c) ketabton.com: The Digital Library

شلورم –

د یوه درېکوډي یا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې یو پلان نقشه ترتیب کړئ.

الف-
$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

ب -
$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تیریږي ، په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوځیږي.

وټاکئ:

الف - د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوځټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

پوښتني

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنيزي توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\leq x\leq 2\}_{\mathbb{R}}$

له يوه قايمالزاويه مثلث، چي قايمه زاويه يي په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردينات محور (ولاړمحور) په 3کي قطع کوي.

دا وټاکی:

الف-

$[AB] = f_1$; $[BC] = f_2$; $[AC] = f_3$ د مثلث دريې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودينات يا وضعيه قيمت کې د ټکي B محوررونه

پ -په D کي ګراف.

دويم: $A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\leq x\leq 5\}_{\mathbb{R}}$

د يوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کي قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په -3 کي غوڅوي.

دا وټاکی:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع [AB]. قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعيه قيمتونه

ټ - د D ټکي وضعيه قيمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 \mid 5)$کې غوڅوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کې دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\,;\ f_2(x) = -4x - 2\,;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمې کرښې د$f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- دS قاطع ټکی د x_s او y_s کواودینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 \mid 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوڅټکی (نقاط تقاطع) و ټاکئ او ګراف یې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}\,;\ f_2(x)=-4x-2\,;\ D=\{x\,|\,-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

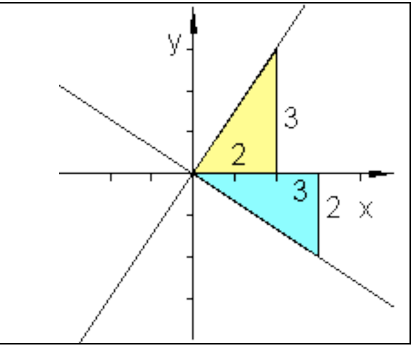
ب - $f_1(x)=-2x+2\,;\ f_2(x)=3x-6\,;\ D=\{x\,|\,-2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4\,;\ f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2}\,;\ D=\{x\,|\,-1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1\,;\ f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6}\,;\ D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کرښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو په منځ کې اړیکې شته.

 	Vorübung:له مخه تمرين: د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعیه قیمتسیستم کې وکاږئ. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسئ او جګوالی یې ولولئ یا په ګوته کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کرښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کرښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

کرښې یو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$a_{1g}=\frac{q}{h}$ او $a_{1h}=-\frac{p}{h}$

$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot\left(-\frac{p}{h}\right)=-\frac{q\cdot p}{h^2}$ (1)

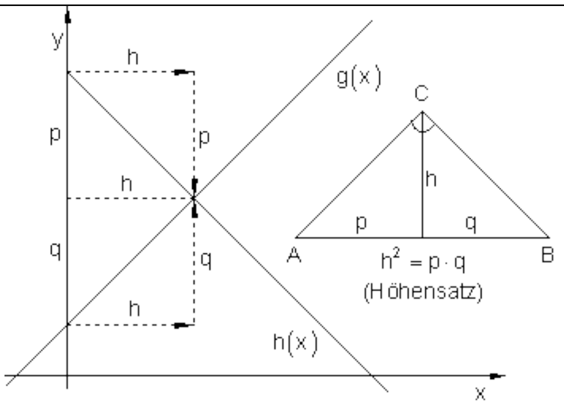
د جګجملي له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کیږدی

$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$

$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$



(Höhensatz = جګجمله)

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه يو بل ته ولاړګونجيز يا قام الزاويه يي ځغلندو کربښي g او h غوځټکی يا د قطعه کيدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چيرته چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی. د لاندې الماني پښتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g} = \frac{1}{2}$ wegen $g(x) \perp h(x)$ folgt $a_{1h} = -2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ und $h(x) = -2x + a_{0h}$ $S(2 \mid 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$ $S(2 \mid 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$ $\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$ und $h(x) = -2x + 7$	غوښتنه:دg کربښ تابعمساوات g(x) . د h کربښي تابعمساوات .h(x) د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

د دوه يو بل سره عمود ځغليدونکو کربښوg او h غوځټکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کې چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کربښ تابعمساوات g(x) د h کربښي تابعمساوات(h(x . د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

له $a_{1g} = \frac{1}{2}$ $g(x) \perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h} = -2$

$g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ او $h(x) = -2x + a_{0h}$

$$S(2 \mid 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$

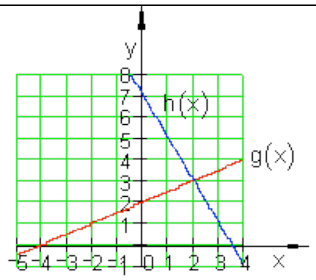
$$S(2 \mid 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$$

او

$$h(x)=-2x+7$$



2.3.3تمرینونه:

د دوه کرښو غوښتکې (د قطعه کیدو ټکی)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او($g_2(x)$) توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کیدو(غوښیدو) ټکی و ښایې او کرښې په یوه افقی-عمودي سیستم کې وښایاست.

اول - $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2$ $g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

دویم - $g_1(x)=2x-1$ $g_2(x)=-2x+1$

دریم - $g_1(x)=\frac{3}{4}x-4$ $g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$

څلورم - $g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2$ $g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

پنځم - $g_1(x)=\frac{2}{3}x+2$ $g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

شپږم- $g_1(x)=\frac{3}{4}x+1$ $g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$

یا دا لاندې
د دوه کرښو غوښتکېد دوه کرښو د $g_1(x)$ او($g_2(x)$) توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوښتکې وشمیرې او کرښې په یوه بورت ولاړ سیستم (کواودینات سیستم) کې وکاږې(رسم کړې)

لومړی: $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2$ $g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: $g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -2x + 1$

دریم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د يوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x)$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکی، که دا کرښه له P_1 ټکي تیره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی یا غوڅتکی وشمیرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

اوم ــ $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم ــ $g_1(x) = 2x - 1$ g

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم ــ $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم ــ $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډیره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید سټ x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعریف:

که د ثابتو توکو سره دK(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK تولید سټ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا تل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع $K(x)$ دي چي په یوه فابریکه کي دx تولید د ډېرى یوونونو یا سټ واحدونو(ME) یوه ضرب ښخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر يې قیمت k ټول قیمت دی د داني په سر(دا اووښتوني یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونه K_f هغه قیمتونه دي، چي که تولید ونه شي هلته هم منځ ته راځي(ګټه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع $E(x)$ په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسي$E(x)$= قیمتP . ډېرىx یعني $E(x) = P.x$

پام (یادونه) :.

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوي ډېرى یا سټ د لاس ته راوړني ډېرى هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټي تابع $G(x)$ لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

پام (یادونه) :ېركه د$G(x)$ نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که$G(x)$ زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که $G(x) = 0$ وي، نو لګښت$K(x)$ همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه$E(x)$.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کيږي.

بيلګه : يوه فابريکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابريکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قيمت په دانه دی€ 40.

فابريکه کړی شي د ورځي خورا زيات يا ماکسمال 4000،، ملفونه،، توليد کړي(د توليد توان يا کاپڅيتي پوله).

الف – د کوم توليد دېری يا سټ سره فابريکه ګټه کوي؟

ب - د کوم توليد دېری سره فابريکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په يوه مناسب کواوردينات سيستم کې ګرافيکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات وليکی:

لګښت تابع : K(x) = 20+60000

خرڅلاوتابع:E(x) = 40x

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid :20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د يوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځي توليددېری فابريکه ګټه کوي.

په x = 3000 توليد سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

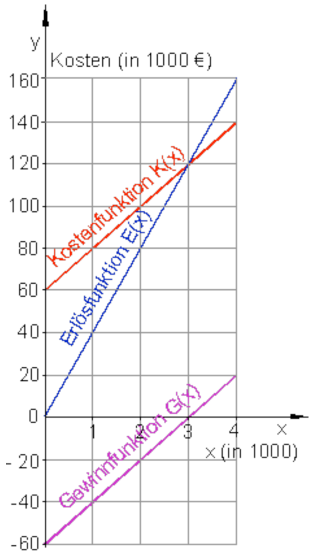
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -   په عظمي توليدډېرى يا – ستې کې د ګټې پيداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځې د4000 ، ملفونو،، د توليد ګټه عظمي ده، دا €. 20000 ده.

پ -



يادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولېيا پوله کيدى شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف   د غوڅتکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پيدا کړاى شي. د غوڅتکى x کواوردينات   د ګټې شولې يا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نيسي).. دهو د y کواوردينات په دې ځاى کې لګښت ورکوي.
د ډېرى - او پيسو يوونونه يا - واحدونه   په يوه فابريکه کې د توليد ډېرى د لويو دانو د توليد پروسه په ګوته کوي، د بېلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge.
د توليد لګښت هم زيات وخت په ميلينونو وي.

داسې ستر ګڼونه تل داسې ساده نه ګڼل کيږي. له دې امله د توليد شوو دانولپاره د ډېرى يوون يا – واحد کاروو او همداسې د لګښت پيسو واحدونو لپاره.

د بيلګې په توګه کيدى شي1000 000 Cd- Rohlingeپه   10 ستواحدونو(ډېرى يوونويا10 ME) کې سره راټول کړو، چيرته چې د ډېرى واحد د   100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 100 000 دانې یو یوون یا واحد دی. همداسې لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګې په توګه€ 9000 000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (9 GE).

پرته له دې د لګښت واحد(یوون) لپاره سړی په ټاکلې پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلی تولید لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$ د ګټې په پولېBreak-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لړ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$

د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد یا ډېری یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت GE 5,5 (GE پیسو یوون لپاره) دی.

پوښتنې:

کرښیزې توابع برخه IV

لومړی –

د کرښیزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1; f(2a) = -1$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه وښايی، چې له $P_1(\sqrt{k}|k)$ او $P_2(1|1)$ تیریږي، ځګوالی $a_1 = \sqrt{k}+1$ لري او دy محور په $P_y(0|-\sqrt{k})$ کې غوڅوي.

دریم –

وښایئ: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,\middle|\,k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په یوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکئ

څلورم –

یوه کرښه چې له P (2,5 | 0) تېریږي د کواوردینات د محورونو سره یو درېګوډی یا مثلث جوړوي. د کوم ځګوالي سره دا مثلث برابر پښیز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x) = 3e^{-0.5x}$ $x \in \mathbb{R}$ ورکړ شوې.

د یوه کرښیز تابع h(x) لپاره باور لري:

h(0) = f(0) او h(-2) = f(-2) . h(x) و ټاکئ.

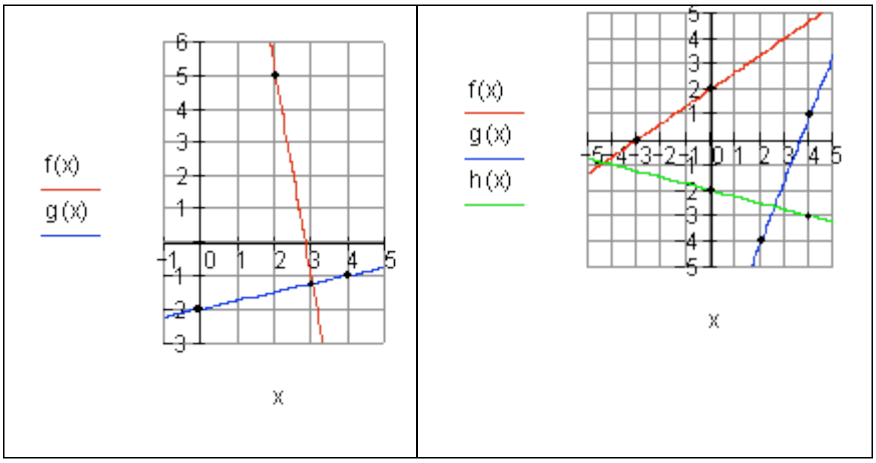
شپږم –

لاندې ځیرې د کرښیزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکئ.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



اوم –

د دوارو کرښو غوښتکي وتاکئ او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f: 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f: x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4 کې غوخوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x - 4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښیزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمايی چي ايا کرښي g, h, i د يوه ټکي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x+1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دويم –

د دوه کرښيزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړې شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي $f(x) < g(x)$ ؟

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	1,5	3	4,5
$g(x)$	−1	1	3	5

دريم –

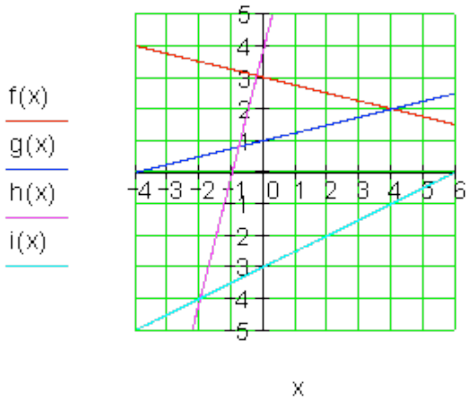
د دواړو توابعو غوڅټکی وښايئ او په کواوردينات سيستم کې يې ګراف انځور کړئ.

$f(x) = 0{,}04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0{,}15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونيسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ټول توابع مساوات وټاکی. ب- د(x)f او(x)g غوڅټکي وشمیرى ، همداسې د (x)h او(x)i . پ- دوه کرښې د کښلی شکل دباندې غوڅوي. د قطع کېدو ټکي پیداکړى ت- د څلورو نه جوړه موازي کرښو زیات له زیاته څومره غوڅټکي لري؟	

پنځم –

دوه یو په بل نیغي ولاړي کرښې یو بل په (1- \| 2-)Sکي غوڅوي .

ممکنه کرښ مساوات ورکړى.

شپږم –

کرښه h په کرښه g نیغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

یوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قیمت لري.، 120 000 جلده (پوښه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کمیدو په اساس مجله په5000 پوښه زیاته خرڅیدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د   5000مجلو خرڅلاو یې کمیږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قیمت وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ ځومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په 1,50 € ټیټ کړي؟

2.4د کرښیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کرښیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په یوه بیارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپین .€ 3223 . ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایی.

د زیات کار وخت: x   اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_1(43\,|\,3559)$ او $P_2(27\,|\,3223)$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3223-3559}{27-43}=\frac{-336}{-16}=21\Rightarrow f(x)=21x+a_0$$

(a1=زیات کار پیسې   a0=   بنسټ معاش)

$$\begin{aligned}P_1(43\,|\,3559)\Rightarrow f(43)=3559 &\Leftrightarrow 21\cdot 43+a_0=3559\\ &\Leftrightarrow 903+a_0=3559\ |-903\\ &\Leftrightarrow a_0=2656\\ \Rightarrow f(x)=21x+2656 &\end{aligned}$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بیلګهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته برېښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یوkWh   کیلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د میاشتې په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې د200 kWh   پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

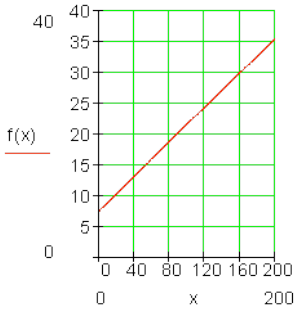
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د ځلورو مياشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – يو دويم پلورونکی برېښنا په € 0,10 ورانديز کوي د مياشتې په € 10 بنسټ پيسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل: الف-



اينوونه:

$$1\ kWh:\ 0{,}14 \cdot 1 + 7{,}50$$
$$2\ kWh:\ 0{,}14 \cdot 2 + 7{,}50$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x\ kWh:\ 0{,}14 \cdot x + 7{,}50$$

د تابع ترم:

$$f(x) = 0{,}14 \cdot x + 7{,}50$$
$$x \triangleq kWh;\ f(x) \triangleq €$$

يادونه: حساب بې له يوونونو صورت نيسي، دا د هرې نتيجې سره ورزياتيږي.

ب-اينوونه: $f(x) = 0{,}14x+7{,}50$ د مياشتنی شميرنې لپاره باور لري.

د ځلورو مياشتو لپاره بنسټ پيسې €30 دي

$$\Rightarrow f_4(x) = 0{,}14x + 30 \quad P(x \mid 150{,}4)$$
$$\Rightarrow f_4(x) = 0{,}14x + 30 = 150{,}4$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x + 30 = 150{,}4 \mid -30$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x = 120{,}4 \mid :0{,}14$$
$$\Leftrightarrow x = 860$$

د برېښنا لګښت په ځلورو مياشتو کې860kWh وو.

پ-

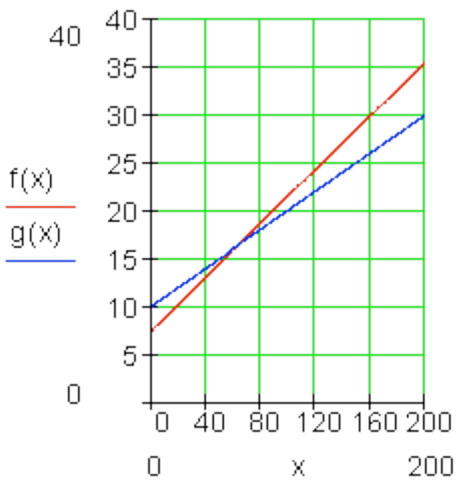
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلورونکی: = f(x) 0,14x+7,50

دویم پلورونکی:g(x) = 0,1x+10

په غوښتکي Sکې نرخبرابر دي.

$$
\begin{aligned}
& f(x) = g(x) \\
\Leftrightarrow\ & 0{,}14x + 7{,}50 = 0{,}1x + 10 \mid -0{,}1x \\
\Leftrightarrow\ & 0{,}04x + 7{,}50 = 10 \;;\ -7{,}5 \\
\Leftrightarrow\ & 0{,}04x = 2{,}5 \mid : 0{,}04 \\
\Leftrightarrow\ & x = 62{,}5
\end{aligned}
$$



بیلگه III

د وښو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولاببیر،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوې وه، هلته نور هم .250 kgخوراکي مواد شتون لري.

الف –

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو یا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow f(x) = -7{,}5x + 340$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت $x = 0$ دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7{,}5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7{,}5x = -290 \mid : (-7{,}5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38{,}7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوې.

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتې بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرایط دي :

هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتې بنسټ قیمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(یوه سکیڅ ترتیب کړئ)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت   د تلفون لپاره لري(پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څرمره خبرې وکړې؟

پ – د   الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$
\begin{aligned}
K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | - 0,06x \\
&\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | - 5 \\
&\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | : 0,02 \\
&\Leftrightarrow x = 175
\end{aligned}
$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

ب –

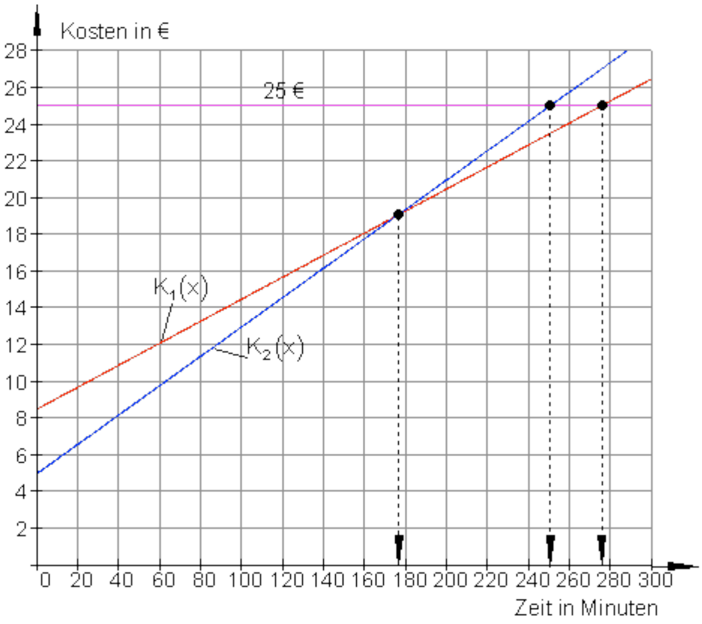
$$
\begin{aligned}
&HB: \\
&K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | - 8,5 \\
&\qquad \Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | : 0,06 \\
&\qquad \Leftrightarrow x = 275
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
&HP: \\
&K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 | - 5 \\
&\qquad \Leftrightarrow 0,08x = 20 | : 0,08 \\
&\qquad \Leftrightarrow x = 250
\end{aligned}
$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښت د HP   € 25 فقط د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا ښیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .€ 300 = k_v دی.

یخوونې هر یو د€ 375   قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع(K(x پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې (E(xده او د ګټې تابع یې د فابریکې لپاره (G(x ده.

ب – د کوم تولیدډېرۍ سره به د ګټې پولې یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف څومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې ګټه څومره لويه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000$ €
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300$ €
د خرڅلو قيمت:	$p = 375$ €
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکيږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د   1200 توليدډيرې سره فابريکهګټه کوي.

د ګټې پولې کې لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((450 000 €))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولې ګټه   .€ 22 500 ده.

بيلګه VI .

سپين د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو يا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د مياشتې لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د مياشتې لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتې ټولې پیسې یاFlatrate د میاشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

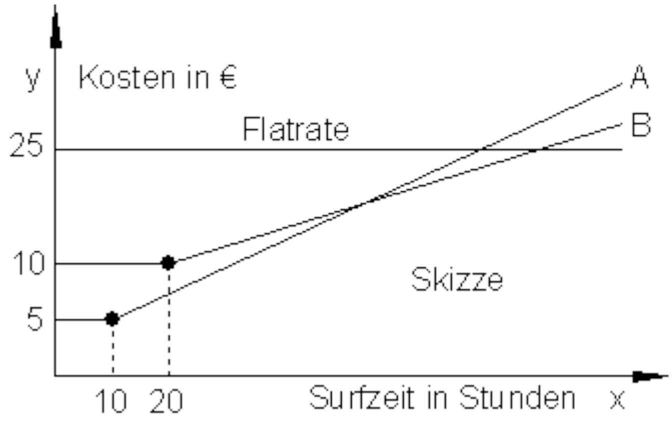
پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکي کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلیټ رېټ وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقیقې دي. 0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يواځې 5€ د بنستلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي (P(10;5

په دې ټکي کې د (KA(x ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5 | -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0,3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جګوالى) $0,4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0,24\ €/h$

$$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنستپيسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 | -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

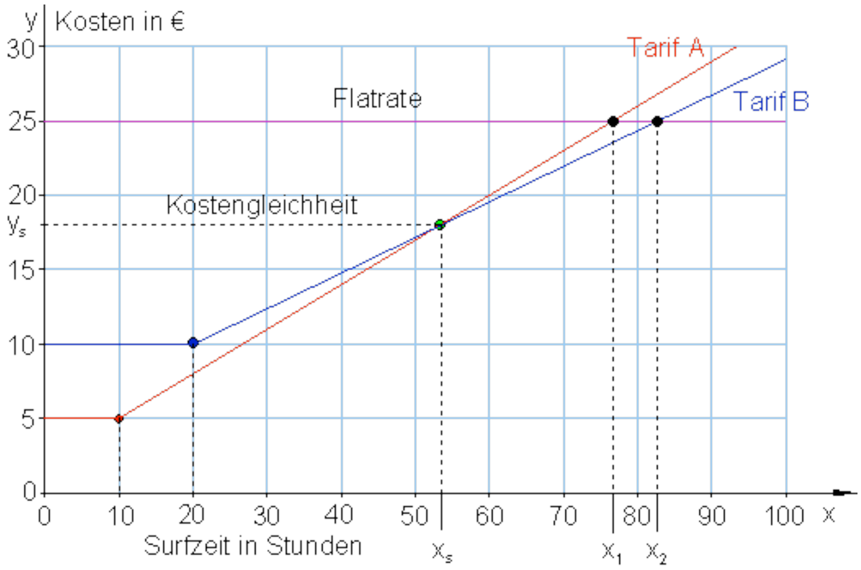
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرگ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوڅوي، په دې ټکي کې لگښت برابر دی.

تر 53 پورې د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ گټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام .2,5h.30 = 75St ساعته:

دA نرخ لگښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لگښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لگښت:	$F(75) = 25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کرښو کې دي دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x)=K_B(x)\Leftrightarrow 0{,}3x+2=0{,}24x+5{,}2\,|-0{,}24x$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x+2=5{,}2\,|-2$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x=3{,}2\,|:0{,}06$$
$$\Leftrightarrow x=x_s=\frac{320}{100}:\frac{6}{100}=\frac{320\cdot100}{100\cdot6}=\frac{320}{6}=\frac{160}{3}$$
$$=53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right)=\frac{3}{10}\cdot\frac{160}{3}+2=16+2=18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د $K_B(x)$ غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x)=F(x)\Leftrightarrow 0{,}24x+5{,}2=25\,|-5{,}2$$
$$\Leftrightarrow 0{,}24x=19{,}8\,|:0{,}24$$
$$\Leftrightarrow x=x_2=82{,}5$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ ېټ واړول شي.

پوښتنې

کرښیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ويم –

د يوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې يو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې يې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دريم –

په يوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې يې ګراف وکاږئ

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په x پسې حل کړئ.

الف - $9 = 5 - x$ ب - $x - 5 = 9$ پ - $8 + x = 25$ ت - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ټ - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6 + (x - 3) - 8$

پنځم –

د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برينمن نمره 1 ،، کافي چښې. دا ا وس د بوتل زخيره 1,8 kg دانې ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشين لپاره اړتيا شته.

الف – د تابع برابرون وليکی، چې دا عمل روښانه کوي.

ب – له کوم وروسته د کافي زخيره پای ته رسيږي.

پ – د کافي فرمايش پسې بايد ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت - په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې د تابع ګراف رسم کړی.

شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنی چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنی چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت څخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چې توتهینه د$1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکجګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 (t = 0) لیتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړیکي کرښیزې دي، که مرتبان خیتور یا د غونډوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتني

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب یې هم شته.
د وروکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومي د مارکې ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چې. دا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دویم: توبي او مري په یوه بیارغرنې روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا € 3559، د ماري € 3223 . توبي په رواني میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کي43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.
دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږی.

ب- کومه ډېری يا سټ باندې دا ذخيرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوير مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتي بنستنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتې € 25 په اختيار کې لری(نيا پيسي ورکوي).

کوم چوپر غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

په يوه هوټل کې د لمبا کوټي د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بريښنايي تيلګرمی ماشين اينبرل شوی. € 25000 د نرژی کلنې لګښت راځي. د لرګرمی له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسي ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنیو څخه پوره یا ګوړه جوړیږي(د ګنیو او خوږې ترمنځ کرښیزې اړیکې وړاندنیونه ده) یو د تابع ترم f (x) تشریح کوي، چې څومره کیلوګرامه خوږه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشمیرئ: f (100); f (250); f(x) = 25

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپین همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کي برخه اخلي. دا د یوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزیوس[^{0}C] او امریکاکې په فارنهایټ [^{0}F]کچیږي. سپین او خړ له درس څخه پوهیږي، چې د دواړو تودوخیو ترمنځ یو کرښیز ه اړیکه شتون لري او $0\ ^0C$ د^{0}F 32 تودوخي او $100\ ^0C$ د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د یوه تابع برابرون ته اوتیا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپین لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د یوه تنتودوخئ^{0}C 40 تبه ټیټبدونکي کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د ځښاک کارتن د رسولو لپاره په هره کارتن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف – د x کارتنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارتنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ځښاک موادو رسولو لپاره په هر کارتن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارتنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوګنون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکي ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کي مصارف کرښیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکی.

ب – د مصرفوني جګوالی وشمیری که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووټې د په ب – کې معاش څخه وټاکی. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کي د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کي د سپماتوان تشريح کوي. تابعK او S ګرافيکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\,m$ اوږد دی او د پړسېدني ضريب يې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپنې بارووړونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپني وړونکې د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخی تغیر سره د اوسپنې وړونکي اوږدوالی و شمیری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې دK 25 تودوخی په جګوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

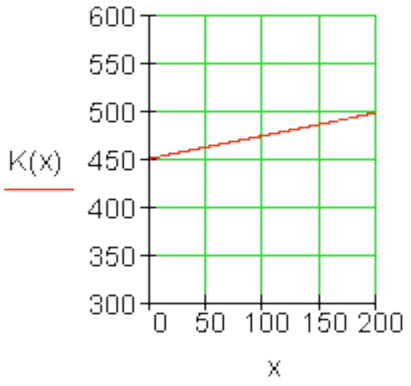
پوښتنې

کربنيز توابع برخه XVII

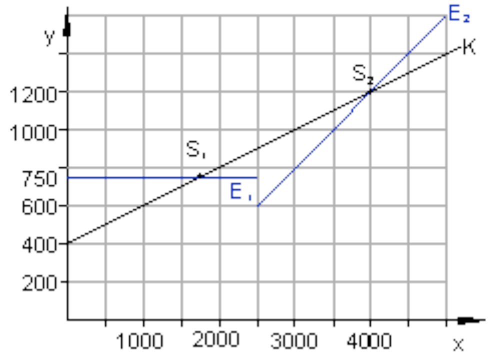
لومړی: څيره د يوه کرښيز لګښت ګراف بنايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قيمت په € سره ورکړئ. د يوه x ډېرئ یونونو یا ښت واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

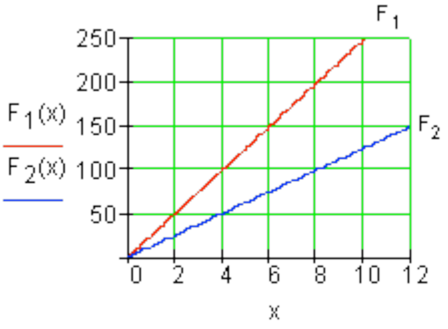
الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قيمت په € سره ورکړئ. د يوه x ډېرئ يونونو يا ستڼ واحدونو(ME) توليد سره ټول لګښتK ورکړئ. ب- کوم د خرڅلاوقيمت په هر ME کې لاس ته راوړل کيږي، که 175 ME توليد شي او تاوان ترې منځ ته را نه شي.	

دويم: د تنيس توپونو توليد لپاره لګښت K کربنيز د توليد شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو يا غونډوسکو توليد څومره ګران دی؟ د لښت تابع K لپاره يو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟ ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې يو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو يا توپونو پورته ګټه يا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کربنيز جګيږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅتکې S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.	

دريم: د دې لپاره چې يوه فنر(بنکه) د فنرتلې په څير وکارولی شو، په فنر باندې اغيزمنه وزنزور F_G (په نيوټون N) او د فنر تغير x (په cm) تر منځ اړيکو څخه کره يا ټاکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- په فنرF_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- یو ترم وټاکئ، چې له تغیر x څخه د قوې یا زور F په واکوالی تشریح کوي.

ایا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغیر لپاره اړینه قوهF_G کره یا معلومه شي؟
پ-ایا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغیر لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟

څلورم: د یو نړیوالجال چلوونکی مشتریانو ته لاندې وړاندیز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقیقه 1 Ct سنت.

دوه تاریف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا یا برابر شرایط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زیات د کارولو دوام لپاره کوم تاریف یا نرخ مساعد دی؟

پوښتنې

کربنیز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ 5 € د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ 10 € د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ 25 € د میاشتې .

په منځنۍ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب- په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشریح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کیږي(Interpretation).

ت- د ارمین لپاره مساعد نرخ وشمیرئ یا پیدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمین لپاره فلاتریټ یا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرایط هیڅ نه دي لوستلي.

دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکیه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپیته دقیقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د میاشتې اتیا دقیقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب- دواړه ګرافونه په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم یو مساعد قرارداد لري. نتیجه یې مدلله کړئ.

پنځم: یو د انرژي قرارداد دنرخمودل د میاشتې بنسټ نرخ G او یوه لګښتقیمت p pro kWh په یوکیلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره یوه کرښیزه اړیکه منځ ته راځي: K(x) = p.x+G

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

یو کیلوواټ قیمت په یورو	د میاشتنی لګښت په یورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلرواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوځېکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړښوې. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښې تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f: \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ ټ - $K_f: -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ ث ــ $K_f: y=\sqrt{3}(x-2)$

دويم: کرښيز تابع $f(x)$ د $f(x)=1{,}25x+1{,}5 \quad x\in\mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشميرئ: $f(0); f(-1{,}5); f(0{,}7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قيمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتيز) دي؟

ت- وښايئ،چې f(u+2)-f(u) له u خپلواک دی.

دريم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په يوه کواورديناتسيستم کې يې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ ب - $f(x)=-4x-3{,}5$ پ - $f(x)=\frac{3}{7}x-3$

ت - $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ ټ - $f(x)=2(x+1{,}25)$ ث - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښي د g(x) = -2x+4 سره د ټکي(1|3-)P له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات f(x) = 1,5x سره په کواورديناتسيستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندويو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x)=1{,}5(x-2)\ ;\ h(x)=1{,}5x-2\ ;\ i(x)=1{,}5(-x)\ ;\ j(x)=1{,}5(2x)$

شپږم: فيرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"توليدوي. دا په توليد کې منځ ته راغلي لګښونه د د توليد شوو دانوتعداد پع واک کې يا تابع دي. د x = 100 دانو په توليد سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په توليد سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ يوه کرښيزه اړيکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅیږي؟

ت- په کوم ډیرئ یا سټx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شوندو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د$K(x)$ (دلګښت تابع) او$E(x)$ (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکربښه اړه لري؟

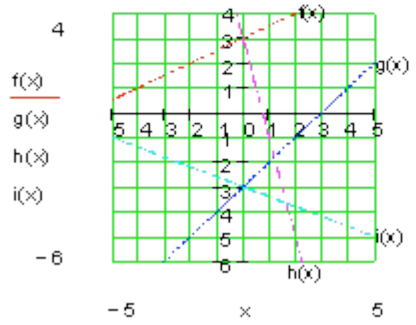
خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ.

$g_1: \quad f(x) = -4x + 3$

$g_2: \quad 5y - 2x + 15 = 0$

$g_3: \quad f(x) = x - 3$

$g_4: \quad f(x) = 0,5x + 3$



کرښیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کرښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی $A(u|-1)$ په ګراف پروت دی. u وټاکی

ب – د $f(x)$ صفرځایونه وټاکی

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري $f(x) > 1$ ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتډېرى يا ـــسټ وټاكئ، كه $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و كښوئ، چې كښول شوې كرښه د x -محور په x=-2كې غوڅه كړي.

دويم: دوه توابع f(x) او h(x) وركړى. د كرښيز تابع h(x)ګراف له سرچينې يا پيل څخه تيريږي.

h(x) وټاكئ، كه h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x \,;\, x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د كرښيز تابع f(x)سفرځايونه او وټاكئ، كه لاندط اړيكې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايئ:

ټكي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه كرښه پراته دي.

پنځم: كرښه g داسې راكاښل كيږي، چې راكښلې كرښه h له ټكي P څخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاكئ.

$$g(x) = -0{,}25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د كومو ارزښتونو لپاره كرښه په ټكو $P_1(0 \mid 1{,}5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ كې جګوالى $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل كړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاكئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټكى وټاكئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A څخه وروسته خوزي او یو منځنئ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅې چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --کرښنیزمساواتسیستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووښتونو سره.

داسي سیستم له دوه برابرونونو یا مساوتو څخه جوړ دی. غوښتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تلنلاري شته، چي سری حل ته ورسیږي

په لاندي einsetzen in = په ... کي اینبوول.

د جمعي تلنلار:

مساواتسیستم: $$\begin{array}{ll} 5x - 2y = 1 & (I) \\ 3x + 3y = 9 & (II) \end{array}$$	د حل پل(قدم) غوڅي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تلنلار ته لومړی امکان یا واریانت
$$\begin{array}{ll} (I) & 5x - 2y = 1 \mid \cdot 1,5 \\ (II) & 3x + 3y = 9 \\ \hline (I) & 7,5x - 3y = 1,5 \\ (II) & 3x + 3y = 9 \end{array}$$	لومړی: مساوات ورته داسي بڼه بدل کړئ، چي ضریبونه (ترمخ عددونه یا ځلوني) د yمتحولي تر مخنخښي پوري سره سروخوري.
$$\left.\begin{array}{ll} (I) & 7,5x - 3y = 1,5 \\ (II) & 3x + 3y = 9 \end{array}\right\} +$$ $$10,5x = 10,5 \mid : 10,5$$ $$\Leftrightarrow \quad x = 1$$	دویم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولي پسي یي حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کي ایښوونه: $x = 1$ $$3 \cdot 1 + 3y = 9$$ $$\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$$ $$\Leftrightarrow \quad 3y = 6 \mid : 3$$ $$\Leftrightarrow \quad y = 2$$	دریم: د **x** لپاره میندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په یوه مساوات کي کیږدئ او **y** پسي یي حل کړئ. څلورم: حلسټ یا حلډیرئ ولیکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$L = \{(1 \mid 2)\}$

پنځم:

ازماېښت د اینووني له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د اینووني تلنلار: د اینووني تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارینت 1	مساواتسیستم $(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$
لومړی: مساوات(I) د x پسي خل کیږي.	$(I)\quad 5x - 2y = 1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \mid :5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$
دویم: د بني اړخ میندل شوی ترم په مساوات (II) کې اینبول کیږي او د y پسي حل کیږي.	$x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x + 3y = 9$ $3\left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5}\right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \mid :21$ $\Leftrightarrow y = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: د **y** لپاره ميندل شوى ارزښت په يو د دې دوه وتونمساواتو كې اينسوول كيږي، دا بياپه **x** پسې حل كيږي.

$y = 2$ eingesetzt in (II): $3x + 3y = 9$

$3x + 3 \cdot 2 = 9$

$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \mid -6$

$\Leftrightarrow 3x = 3 \mid :3$

$\Leftrightarrow x = 1$

خلورم: د حل سټ وليكئ

$L = \{(1 \mid 2)\}$

پنځم: د اينسوولو له لارې حل

$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$

$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$

مساواتسيستم د حل پلونه(قدمونه) د اينسوولو تلنلار لپاره

واريانت 2

$x - 2y = 1$

$x + 3y = 9$

لومړى: مساوات**(II)** د متحولي **y** پسې حل كيږي.

$9 \mid -3x$

$9 - 3x \mid :3$

$3 - x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دويم: دبنی لور میندل سوی ترم په مساوات **(I)**کي کيږدئ او په **x** پسي يي حل کړئ.

3. $x + 3y = 9$

دريم: د **x** لپاره میندل شوی ارزښت په يو د دې دوه وتونمساوتو کي اينسوول کيږي، او دا بيا د متحولي **y** پسي حل کيږي.

څلورم: جلسټ وليکئ $= \{(1|\ 2)\}$

پنځم: ازماېښت د اينسوولو له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولي دري تلنلاري د هغه د واريانتو سره په يوه ټکلي مساوتسيستم وکارول شو. که څوک يوګوني تلنلرې ټيک وګوري، پيژني، چي په واريانت ۲ کي لږ د شميرلو کار غوښتونی دی.

په يوه ټاکلي تلنلار د شميرلو کار د دې حل کوونکي مساوتسيستم په واک کي دی. له دې امله دی لومړی پام وشي، چي کومه تلنلار د لږ کار سره سرته رسيدی شي. د دې لپاره نو يو ښو بيلګو ته اړ يو. لاندي بيګي دې د دې لپاره يوه کوچنئ مرسته وي، چي مناسب د حل – يا څواب تلنلار پيداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب حٔواب تلنلار لپاره بیلگې

بیلگه ۱ :

x1=1 په (1) کې اینسوونه$y=7x+8$ $y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8$ $\Leftrightarrow y = 1$ حل: $L=\{(-1\|1)\}$ ازماېښت $(I)\ \ y = 7x+8 \Rightarrow y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$ $(II)\ y = -2x-1 \Rightarrow y = -2\cdot(-1)-1$ $\Leftrightarrow y = 2-1 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$	$(I)\ \ y = 7x+8$ $(II)\ y = -2x-1$ د برابر اینسوونې لار $7x+8 = -2x-1 \| +2x$ $\Leftrightarrow 9x+8 = -1 \| -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \| :9$ $\Leftrightarrow x = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

$(I)\quad 2x+4y=8$ $(II)\quad 2x-5y=35$ د جمعي لار: $(I)\quad 2x+4y=8$ $(II)\quad 2x-5y=35 \mid \cdot(-1)$ $(I)\quad 2x+4y=8$ $(II)\quad -2x+5y=-35$ $\}+$ $9y=-27 \mid 9$ $\Leftrightarrow \quad y=-3$	y=3 اینوونه په (1) کي 2x+4y=8 $2x-12=8 \mid +12$ $\Leftrightarrow 2x = 20 \mid :2$ $\Leftrightarrow x=10$ حل: $L=\{(10 \mid -3)\}$ ازمایښت $(I)\quad 2x+4y=8 \Rightarrow 2\cdot 10+4\cdot(-3)=8$ $\Leftrightarrow 20-12=8 \Leftrightarrow 8=8\ (w)$ $(II)\quad 2x-5y=35 \Rightarrow 2\cdot 10-5\cdot(-3)=35$ $\Leftrightarrow 20+15=35 \Leftrightarrow 35=35\ (w)$

بیلګه ۳ :

$(I)\quad x+2y=5$ $(II)\quad -x+y=1$ د اینووني لار; (II) په y پسي حل کړئ	X=1 په (1) کي کیږدئ x+2y=5 $1+2y=5 \mid -1$ $\Leftrightarrow 2y=4 \mid :2$ $\Leftrightarrow y=2$ حل: L= {(1|2)}

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت (I) $x+2y=5 \Rightarrow 1+4=5$ $\Leftrightarrow 5=5\ (w)$ (II) $-x+y=1 \Rightarrow -1+2=1=35$ $\Leftrightarrow 1=1\ (w)$ دw رښتيا لپاره	$-x+y=1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y=x+1$ په (I) کې کيږدئ x+2y=5 $x+2(x+1)=5$ $\Leftrightarrow x+2x+2 = 5 \mid -2$ $\Leftrightarrow \quad 3x=3 \mid :3$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x=1}}$

بيلګه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ په کې $y = -5$ اینبوونه حل: ازمایښت	$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ $(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$ د زیاتون یا جمعې لار: $(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \mid \cdot 2$ $(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \mid :(-2)$ $(I)\quad \frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4$ $(II)\quad -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2$ (+) $-\frac{10}{y}=2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10=2y \mid :2$ $\Leftrightarrow -5=y$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y=-5}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \mid :(-2)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=-2\end{aligned}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2 \mid \cdot y$$

$$-10=2y \mid :2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2 \mid -5)\}\; x,y \neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2 \Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \Rightarrow \frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4 \Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

دا پورته پهورپورته ځای کېرځي. کښته هم همدا دی.....................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

dditionsverfahren :

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$(I) \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$(II) \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= -2 \end{aligned}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4\ (w)$$

یادونه:

مساواتسیستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کیدو اجازه نه لري یا نه شي صفر کیدی، تعریفسټ باید ورکړ شي. داسې مساواتسیستم کربنیز نه دی.

د رسمونې لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\text{(I)} \qquad x - y = -2 \qquad L_I = \{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);\ldots\}$$
$$\text{(II)} \wedge \; -2x - y = 1 \qquad L_{II} = \{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);\ldots\}$$

د هر مساوات لپاره ارزښتجوړی د حل ست په ګوته کوي.

کا دا په یوه کواوردیناتسیستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې ترې لاس ته راځي. د کرښو په غوښتکي یا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلسټ پروت دی.

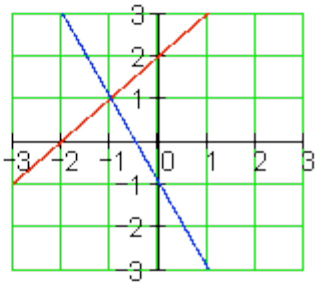
حلسټ یا-ډېرۍ: L={(-1|1)}

دواړه مساوات د y پسې حل کیږي.

$$\begin{aligned}
&\text{(I)} && x - y = -2 \;|\; +y\\
&\text{(II)} && -2x - y = 1 \;|\; +y\\
\hline
&\text{(I)} && x = -2 + y \;|\; +2\\
&\text{(II)} && -2x = 1 + y \;|\; -1\\
\hline
&\text{(I)} && x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2\\
&\text{(II)} && -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1
\end{aligned}$$

په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اینوول کیږي.

x	-2	-1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	-1	-3



د رسموني لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمککچیزې) اړیکي لیدوړ کوي. د حل لار په حیث زیات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوښتکي کواودینات په ګرفیک کې ناڅیک لوستل کیدی شي.

مساواتسیستم بې له یواځني حل ښخه

رسمیزه حل یا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړیکي لیدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښې کیدی شي چې نسبت یو بل ته مختلف پروتځایونه ولري.

- دا کیدی چې په یو ټکي کې سره غوځي کړي، لکه پورته بیلګه چې لیدوړ کوي، د دواړو کرښیز مساوات لپاره ټک یو حل شتون لري.

- دا کیدی شي یو بل سره غبرګې وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښې یې یو له بل سره ګډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کیدی شي یو په بل پرتې وي، یعنې کټمټ وي، نو د یوې کرښې هر ټکی به د بلې کرښې ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زیات حلونه ولري.

مساوات سیستم حل نه لري دا د حل پیل مو یوه ناتیک وینا ته بیایي. دا په دې معنا، چې مساواتسیستم ته حل شتون نه لري.. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښې یو بل ته غبرګې ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	$(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\ -10x-4y=-2 \mid$ + 0=2 نو دا ناتیک وینا ده، له دې لاس ته را ځي{}=L

دا مساواتسیستم ناپای ډېر ځوابونه یا حلونه یا اوبیونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کوني یو بل سره پورته کوي یا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته یا ایدنتیک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې کرښې یو په بل پرتې دي.	$(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\ -10x-4y=-2 \mid$ + 0=0 له دې لاس ته راځي رښتیا وینا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسيستم I

مساوات سيستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتني، کرښيزمساواتسيستم، سيستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتني)

لومړی: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

الف- $\begin{array}{ll}(I) & 5y - 3x = 1 \\ (II) & x = y + 1\end{array}$ ب - $\begin{array}{ll}(I) & 4x + 5y = 32 \\ (II) & y = 5x - 11\end{array}$

پ- $\begin{array}{ll}(I) & 15y - 4x = -50 \\ (II) & x = y + 7\end{array}$ ت - $\begin{array}{ll}(I) & 3x = y + 15 \\ (II) & 2y - 10 = 2x\end{array}$

د ويم: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a) $\begin{array}{ll}(I) & 2y = 2x - 40 \\ (II) & 3x = 10 - 2y\end{array}$

b) $\begin{array}{ll}(I) & \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \\ (II) & \frac{x}{4} + y = 8\end{array}$

c) $\begin{array}{ll}(I) & \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \\ (II) & \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}\end{array}$

d) $\begin{array}{ll}(I) & \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \\ (II) & \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8}\end{array}$

دريم: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a)
(I) $\frac{4}{3x+1}=\frac{2}{3y-13}$
(II) $\frac{2}{5x-10}=\frac{4}{7y-6}$

b)
(I) $\frac{7}{x}-\frac{12}{y}=\frac{5}{6}$
(II) $\frac{4}{y}+\frac{5}{2}=\frac{9}{x}$

c)
(I) $\frac{4}{x}+\frac{8}{y}=\frac{5}{3}$
(II) $\frac{2}{x}-\frac{4}{y}=-\frac{1}{6}$

d)
(I) $\frac{3}{2x-1}-\frac{8}{3y+2}=-\frac{1}{5}$
(II) $\frac{5}{2x-1}+\frac{4}{3y+2}=\frac{8}{15}$

څلورم: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5}-\frac{9}{7y+5}=\frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5}+\frac{15}{7y+5}=\frac{19}{3}$

پنځم: يو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه ځوي يې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به يو (اوبه) ساتونی (بيلر؟) له دوه نلونو څخه نيمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقيقې اودويم د دې لپاره ۲۲ دقيقو ته اړتيا ولري يا په کار ولري؟

اوم: د يوه مستېيل يا ولاړکونجيزچاپيريال يا محيط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتځاييزه پرته جمعه يا پروت زياتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

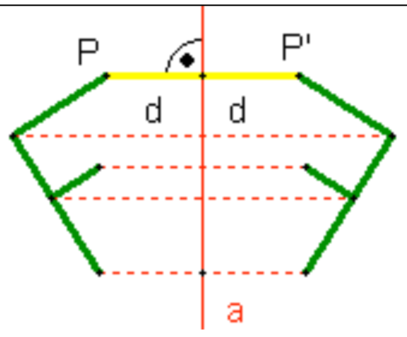
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هنداړونه)

Reflection

یوه څېره، چې یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي ....

پېژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکیP په یوه ټکي P’ داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چې و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محور a منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هنداړونه) بلل کیږي.

دا لاندې څیره په محور a د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چې P په P’ د a په محور داسي منعکسه شوې، چې هر یو ټکی P او P’ له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي	

په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي P’ د وصل قطعه خط په محور a نیمیږي او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کې د وصل کرښې نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایرې په دایرو منعکس کیږي، داسي چې شعاع یې سره مساوي وي .

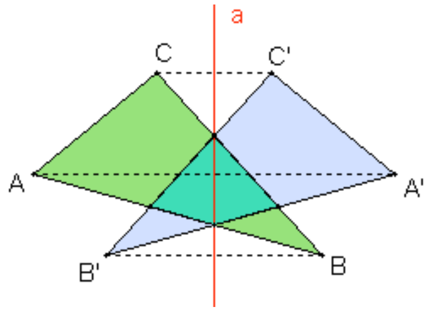
(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کیږي

۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کيږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په ځپ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

په مخامخ شکلونو کې د کيڼ لور شکل په محور a و ښي لور ته منعکس شوی. گورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A’B’C’ منعکس شوی دی يا مثلث A’B’C’ د مثلث ABC انعکاس دی .	

فعاليت ۱ :

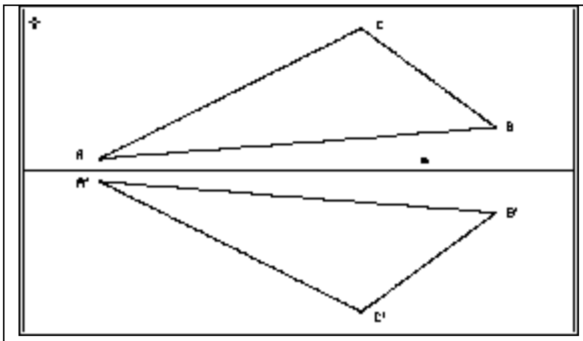
په پورته شکل کې دې شاگردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکې دې وښايي.

تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت ۲ : ۱) د ا مخامخ انعکاس وګوری. دا په محور m انعکاس دئ او وښایی، چي کوم ټکی په کوم ټکي منعکس شوی.	

۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په څېره کي د انعکاس خویونه وښايي؟

۴) داسي تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړی.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

الف) په x محور منعکس کړئ

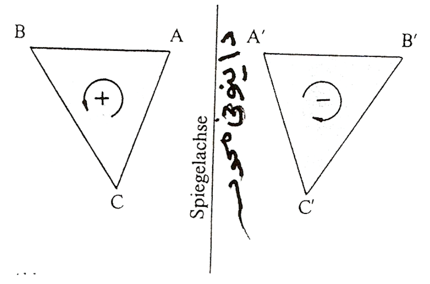
ب) په y محور منعکس کړئ.

۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړئ او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

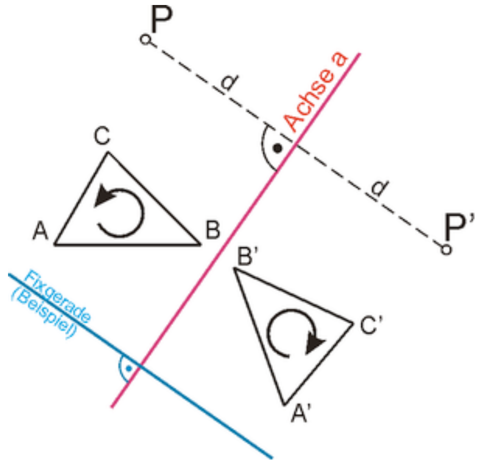
(c) ketabton.com: The Digital Library

که څه توضیح مو زړه غواړي ، ویې لیکۍ.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

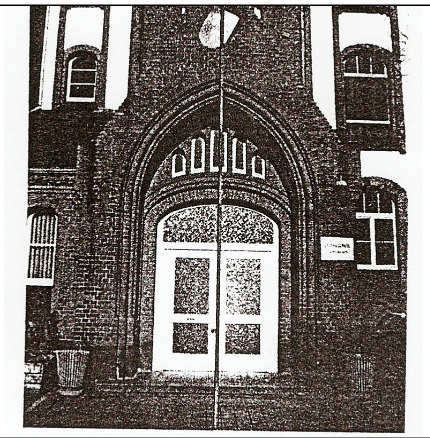
	که مخامخ شکل ته ځیر شو، گورو چي مثلث ABC ته د مثلث A'B'C' شکل برعکس یاني عکس یې دی

۳) په لاندې محوري انعکاس کې د ټکو او شکلونو انعکاس - چې څنګه یې صورت نیولی - تشریح کړی.



۳) زده کوونکي دی وښایي : که د دایرې او منعکسه دایرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وتړو چې په یوه خط نه وي پراته ، څنګه شکل منځ ته راځي؟

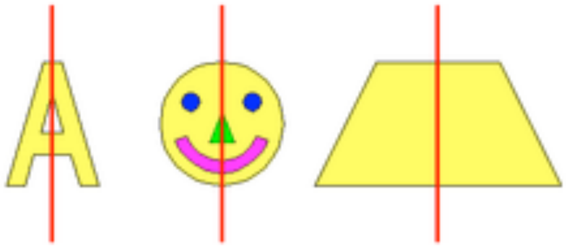
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ . ۱ - سیومتري Symetry **لاندې ځېره په افغاني ځېره بدلیږي**	

پیژند (تعریف) :

یو مسطح شکل متناظر (سیومتریک) بلل کیږي، که په یوه محور a داسي انعکاس منځ ته راشي، چي دا شکل په خبل ځان منعکس کړي.

فعالیت ۱ :

په مخامخ شکلونو کي څه ګورئ؟ ایا دا شکلونه متناظر دي؟ که هو ، نو دلایل یې راوړئ. نور خویونه یې هم وخیږئ.	

فعالیت:

- زده کوونکي دې یوه مربع وکاږي او په هغې کي دې داسي خطونه رسم کړي، چي سیومتریک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشريح کړي، چې څنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

۱) محوري متناظر :

تعريف :

يو مسطح شکل محوري متناظر بلل کيږي، که په يوه محور s داسي انعکاس صورت ونيسي، چې شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ۱ :

الف: مستطيل جې ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: يو متساوی الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 اوs2 اوs3 په نسبت محوري متناظر دي.

۲) مرکزي متناظر:

تعريف :

يو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کيږي، که يو ټکيS داسي موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

۵ . ۲ ـ مرکزي متناظر شکلونه

بيلګه ۲ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشريح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي دې دا ځېره زده کوونکو ته د کرښي(خطکش) له لارې روښانه کړي.

فعاليت:

په مخامخ شکلونو کې فکر وکړئ، چې مرکزي متناظر دي او که نه؟ ولي ؟ دلايل يې راوړئ.	

تمرينونه:

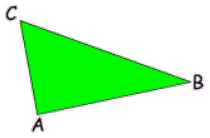
۱) په يوه متساوي الساقين مثلث کې څو متناظر محورونه شته ؟

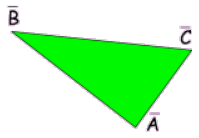
۲) دا رسم کړئ او وښايئ، چې ولي متناظر محورونه يا وحور دئ؟

۳) يو متطيل رسم کړئ او په هغه شکل کې متناظر محورونه رسم کړئ.

۴) فکر وکړئ، چې د مربع کوم محورونه په مستطيل کې محورونه نه دي؟

۵) په لاندې ځېره کې و ګورئ، محوري متناظر دي او که نه ؟ دلايل يې راوړئ





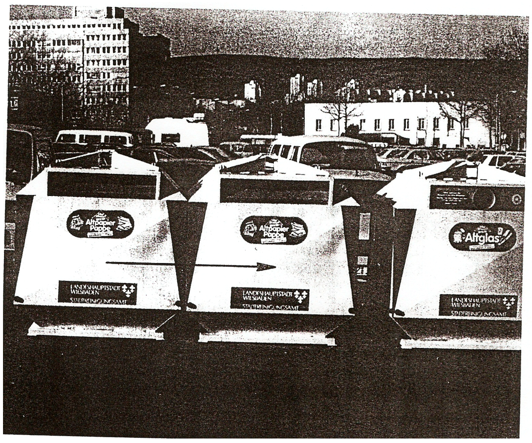
۶) په يوه دايره کې څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

۷) ايا دايره مروکزي متناظر ده؟ که هو نو ولي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځیدنه

الف - انتقال (Translation)



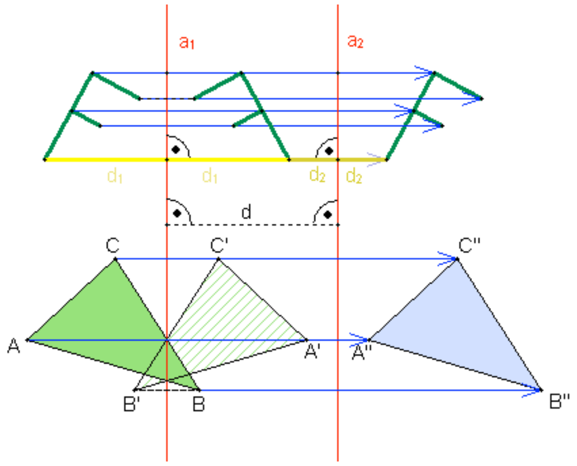
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پېژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

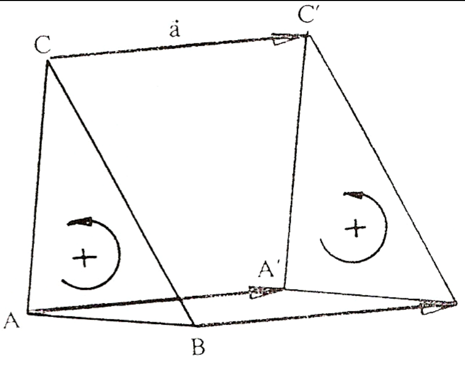


په پورته شکل کې په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د وړني يا انتقال خويونه:

دوه واره هندارونه په غبرګ محور د d فاصلې سره همغه فاصله (قېمت) لري، لکه د يوې 2d په محور عمود راکشونه . دا خوي په پورته شکل کې روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرګ انتقال کشول يا وړل) يواځنی انتقال دی. دا په دې مانا، چې په غير له دې بل داسې انتقال نه شته.

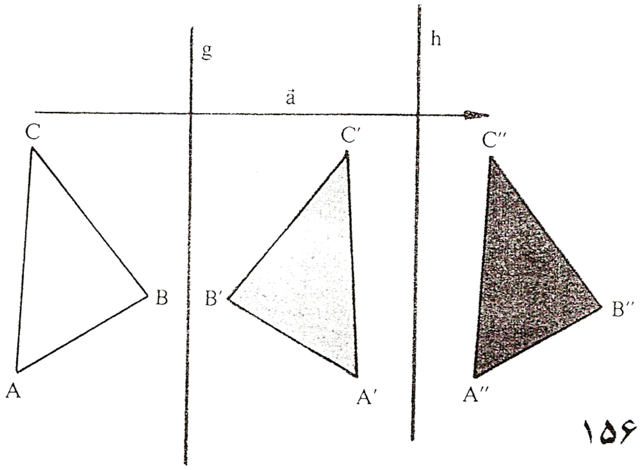
په لاندې شکل کې د يوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لارې دa په اندازه انتقال دی، چې په نتيجه کې يې مثلث A'B'C' لاسته راځي. په انتقال کې د شکل لور هم همغه ده. ياني ګورو، چې په انتقال کې شکل نه په ځت کيږي	

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت :
د (x,y)- کميت سيستم کي دي زده کوونکي يومثلث ABC رسم کړي او دا دي دوه واره د d په اوږدوالي انتقال کړي.(دا کېدی شي، چي د زده کوونکو په مينه يو کل او يا يوه بله بڼه ځيږه هم وي).
په انتقال کې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چي يو څه خومره انتقال کيږي.

۵ . ۴ - د ورړني يا انتقال د جوړولو څيړنه

۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په مثلثونو کی رأس الزاويي او په دايرو کي مرکزونه په يو ټاکلي اندازه (د ټاکلي انتقال په اندازه) انتقال کړی (دا بايد مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرګ) .
۲ - د ټاکلو خطونو اخرنی نقطي د اصل په پرلپسي ترتيب سره ونښلوی. (د دايرې په انتقالولو کی : په اخر ټکي د r ورانګي په اندازه دايره ووهی)
انتقال ځاي په ځای ټکي نه لري(که د صفر اندازې په نامه identität ايدنتيتي يا کتمټ منعکسوني څخه صرف نظر شو)



څيره ۱۵۶

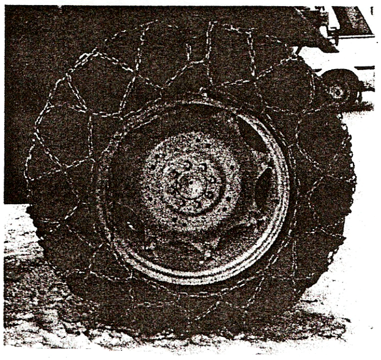
په يوه ځانګړي ډول يو په بل پسي په دېرو محورونو انعکاس دي په دي ځای کي ياد شوی وي.

۵ . ۵ - څرخون يا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند :

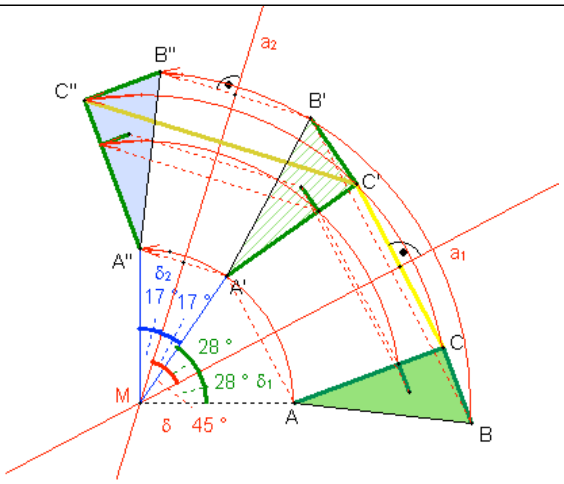
که د يو ه شکل هر ټکی P په يوې دايرې په ځاي په ځای ټکي M په کونج ✈ په ورانکه $\overline{MP}$ وڅرخي يا دوران وخوري ، نو يو شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په څرخو نټکي M څرخون بلل کيږي.



په لاندي ځيږه کي يو دريګوټی په دوه زاويو او له دي امله په دوه محوررونو څرخي.

د دوران خويونه

په محوررونو دوه واره هنداورنه، چې په ⬟ کونج په ټکي M کي يو بل قطع کړي، په ټکي M باندي د يوه دوران سره مساوي دي، که د دوران زاويه ⬟⧉ ● ✈ وي.



پوښتنه

- که په پورته شکل کي که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس به څومره لوي وي؟

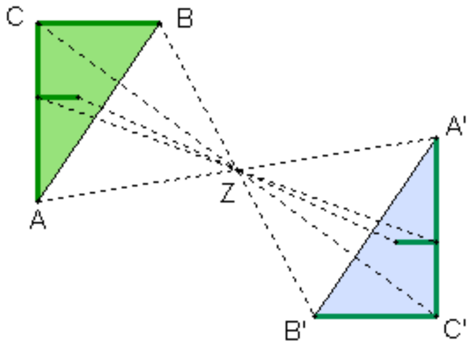
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او C’’ تر منځ شعاع او همداسې د قوس لویوالی به د وران کې د B او B’’ د قوس سره تفاوت ولرئ؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پیژند:

په ټکي Z یو دوران د دوران د زاویې °180 سره یو مرکزي انعکاس دئ . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کیږي. .



.

په ټکي د منعکسوني یا په ځتکوني خوي

یوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه یو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

فعالیت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

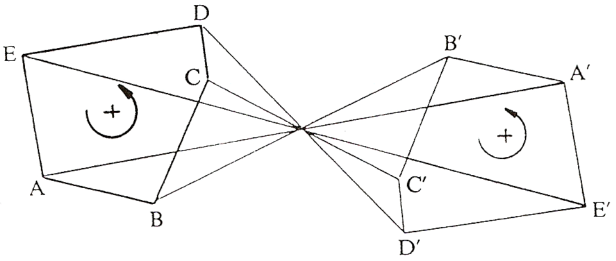
که د یوه موټر ټیر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټیر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېره دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږی، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړی(وصل کړی)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهی)**

دوران :

تعریف :

دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي 'P داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

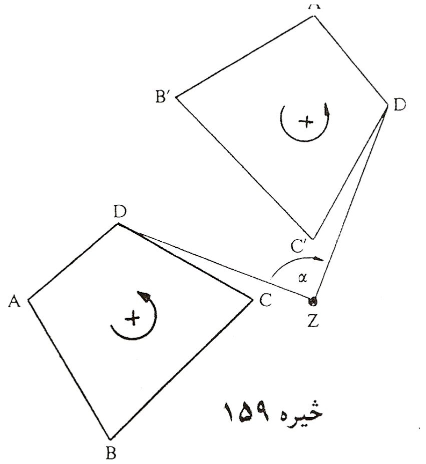
(c) ketabton.com: The Digital Library

μ=W(PZP')، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

يو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاويي څخه يواځنی ټاکلی دی. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوي(ددې لپاره دې تېرو لوستونو ته پاموي).

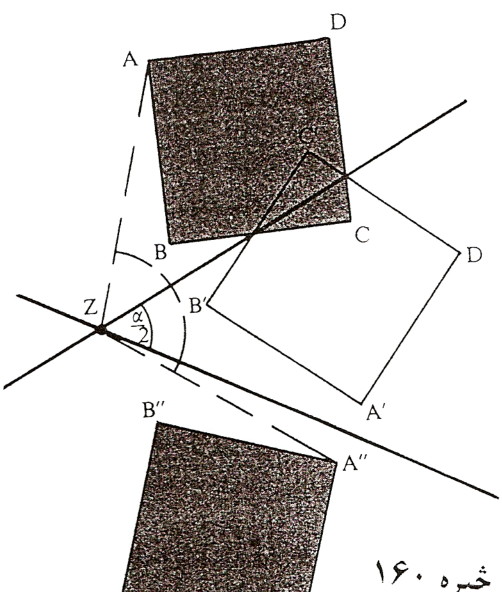
د دوران د جوړښت تحليل:

۱ – په ټولو په نخښه ټکو (د مضلعو د زاويو د رأس ټکي، په دايره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z يوه وړانګه کيږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاويه μ جوړوي



خيره ۱۵۹

۲ – لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په يو په بل پسې په ترتيب ونښلوی (په همدې ترتيب په يوه دايره شعاع ووهی). دوران په همغه لور کونګروانيڅ څېره کونه ده.



خيره ۱۶۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

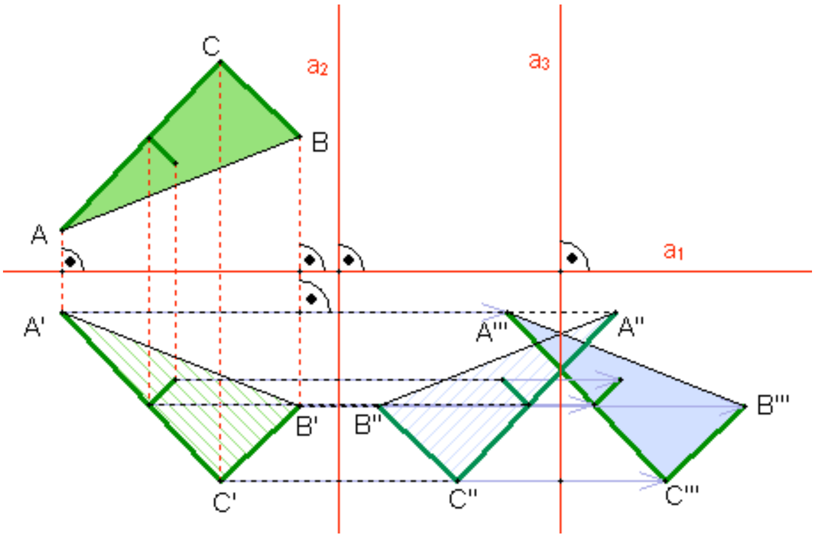
خوی انعکاس یا خوی رګرځیدنه یا بیرته راګرځینه the glide die Gleitspiegelung

انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هندارونه د محورهندارونې یوه یو پربل پسې هندارونه او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په څټ..

لاندې څېره دې وکتل شي.



د خوی هندارونې خوې:

یوه خوی هندارونه کېدی شي، چې په دوه غبرګو محورونو او یوه په دې ولاړ محور باندې د دریواره هندارونې له لارې منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

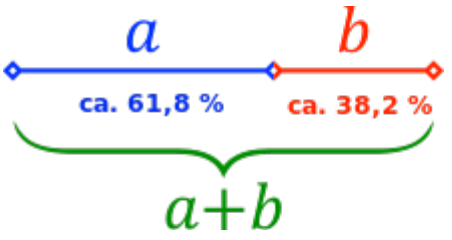
مور دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وڅېړل . ومو لیدل، چي په دي تولو کي شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځي او یواځي په ځنو عملیو کي د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چي ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ ـ طلايي غوڅی

طلايي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو ښانګړی د وېشني نسبت دی، چي د تاریخي دلایلو پر بنسټ اورږده توته دMajority **Major (M)** یاني ستره توته   سره شایو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توته دMinority   **minor (m)** یاني کوچنی سره په نخښه کوو.

ددي نخښوني سره د طلايي نسبت شرایط په لاندي توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توته ځان و لوي توتي ته داسي نیسي یا لنډه توته نسبت و لوی توتي ته داسي ده، لکه لویه توته د لوي توتي او کوچنی توتي جمعي ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيلايي نسبوتونو د مساواتو د کينې لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1 | \ \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0{,}6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بنې اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M} | \ \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau} | \ .\tau$$

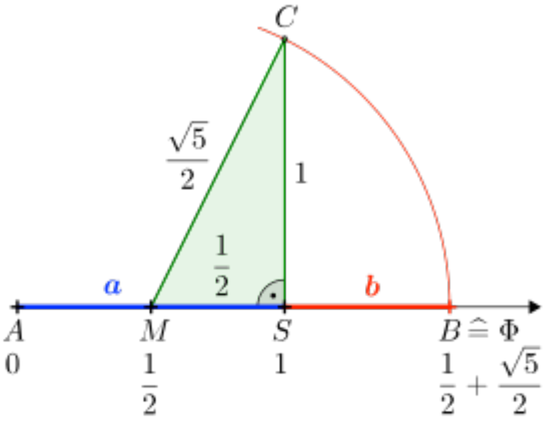
$$\tau \leq = \tau + 1$$

$\tau \leq - \tau - 1 = 0$ مربع مساوات

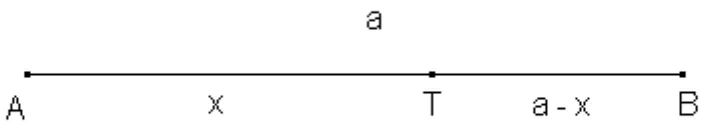
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1,61803398874989484820$



توته کرښه a دي ورکړ شوي وي



د [AB]څخه د ورکړشوې توته کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

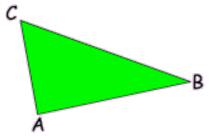
(c) ketabton.com: The Digital Library

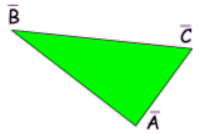
$$\frac{x}{a} = \frac{a-x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

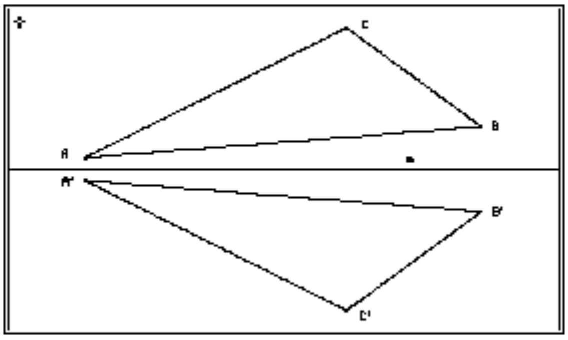
د حل ستړ فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي



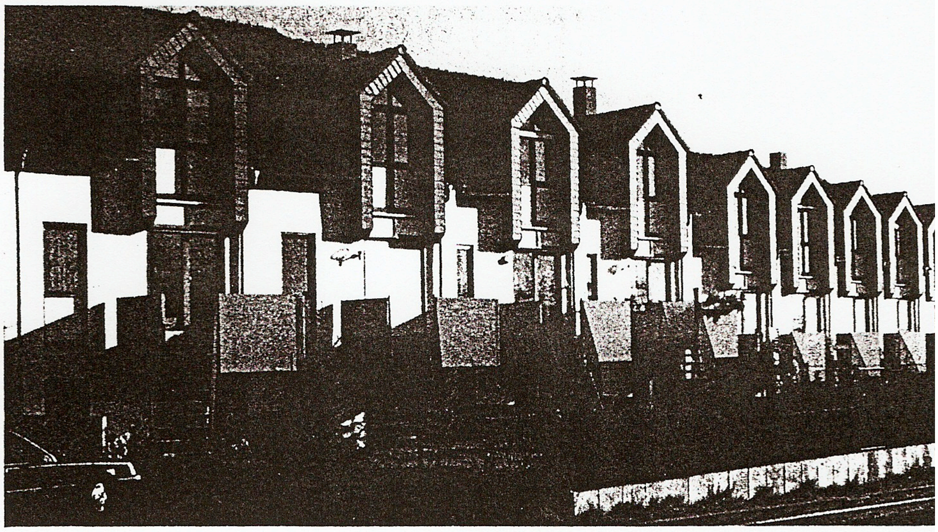




(c) ketabton.com: The Digital Library

Beispiele:

1.



ﺧﯿﺮه ۱۴۹

پيژند : هندسي شكلونه كونكروينخ (برابر) بلل كيږي، كه په فورم ، بنه (خيره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګروا ینخ څیرونه د کرښې اینوني د ترلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کرښ اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کرښ اینونو (څرخونو یا کښنونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروا ینخ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کرښ اینونو (کرښ اینونی یا کښنونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروا ینخ څیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروا ینخ څیرونو کارونه بیرته کونګروا ینخ څیرونه لاس ته راکوي. دا چې هرکونګروا ینخ کرښ اینونه ده نو د پای کونګروا ینخ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروا ینخ بیرته راګرځیدلی یا په شټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروا ینخ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوشیاتیو را یوځای کیدی شي. الجبري ټول کونګروا ینخ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چې ناپیلی څیرونه ، چې په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګوټي کونګروا ینخ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

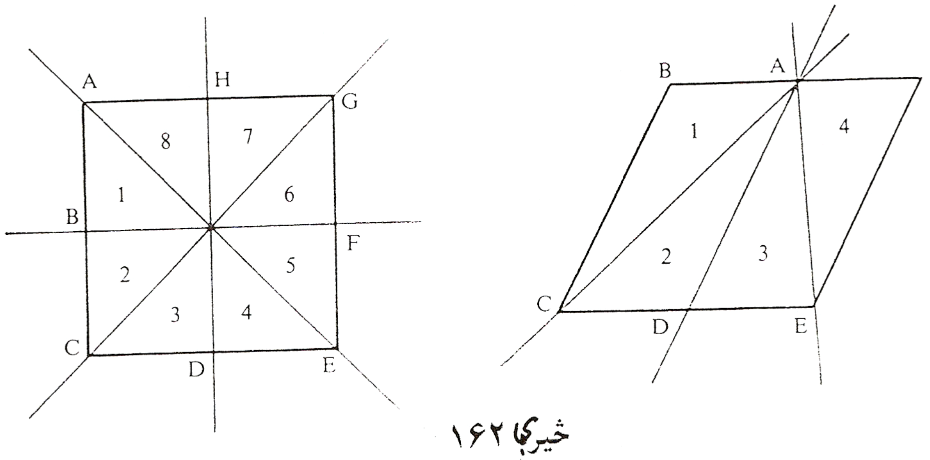
کونګروا ینخجملی: الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ - په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږی.

۲ - د کونګروالینځ جملو په مرسته وښایي، چې غوڅکرښې پیلځیرې په کونګروالینځ برخو ټوټه کوي.



څیرۍ ۱۶۲

۳ - په یوه بیلګه وښایي :

الف) $S_g \circ S_h \neq S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ - د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ **۶۰** درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلایني حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کې د «هيلگولند» څخه « کوين ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)

دلته O د ختيز لپاره ده، ليدل کيږي.Nord,, Süd, West, Ost

الف) په کوم کونج دواړه لارې يو بل غوڅوي ؟

ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅڼکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC يو مساوي پښيز دريګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنيمي دي. وښايي چې دريګوډي ABP اوABQ کونګروانيت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅڼکي دي).

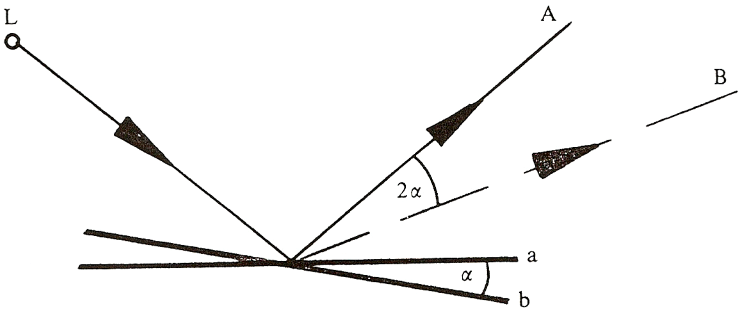
۶ – څومره کورونتځيرونی موجود دی چې لاندې ځيرې يې په خپل ځان ځيره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښيز دريګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخيز دريګوډي ؟ کښمتځيرونه دې نه په کې شميرل کيږي.

۷ – يو څرخيدونکی هنداره ، يوه هنداره ده ، چې په يوه خپله ايښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ايښوول شوي. ترتيب په ځيره کې له پورته لور انځوريږي.

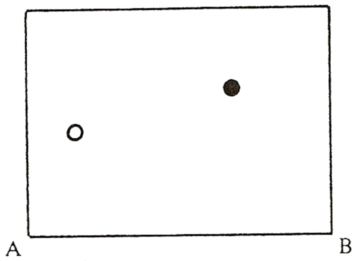
د نور له چينی L څخه يوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي يا ځاينيوون کې پريوزي او د هندارونی يا انعکاس قانون سره سم(پريووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بيرته غورځول- يا اينه کيږي يا منعکس کيږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي يا ځاينوون ته راوړل کيږي يا راڅرخيږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحينداره کيږي يا غورځول کيږي يامنعکس کيږي. وښايی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

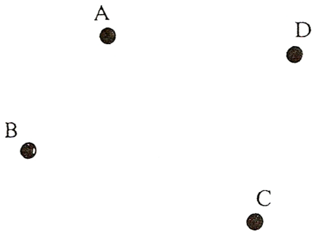


څیره ۱۶۳



څیره ۱۶۴

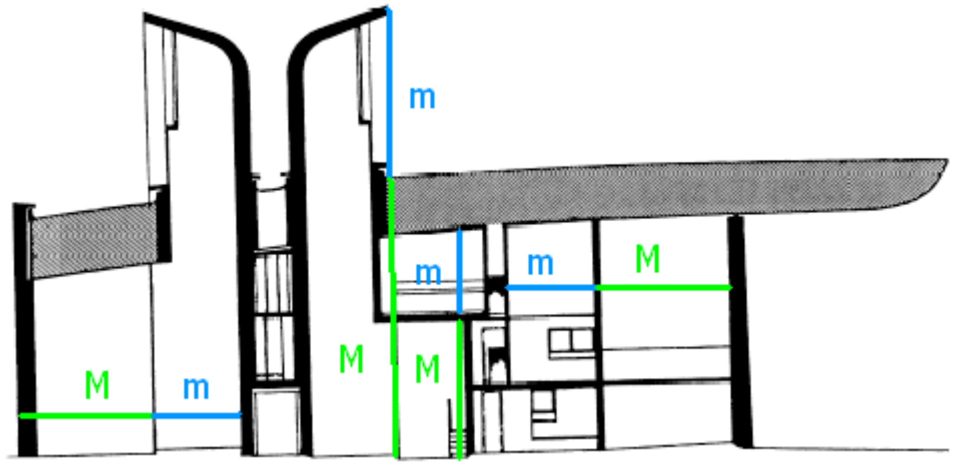
٨ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول
شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له
دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه
شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل
شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونې
یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB
لګیږي. (حیره) د کرښو لار وکاږی
« تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی –
سپین توپ»



څیره ۱۶۵

٩ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې
په A,B,C,D سره یې ښایو(څیره)
داسې یو ځای S شته ، له کوم چې برج A
د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له
دې ځای څخه A د B او D د منځټې په څیر ښکاره شي یا ځان وښايي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

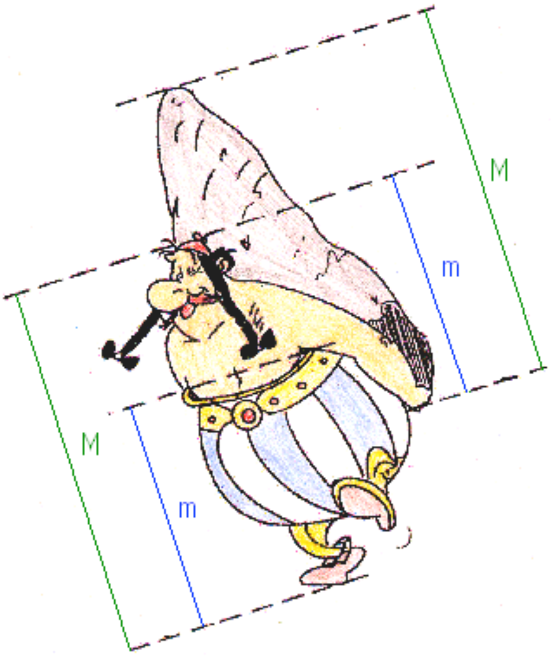


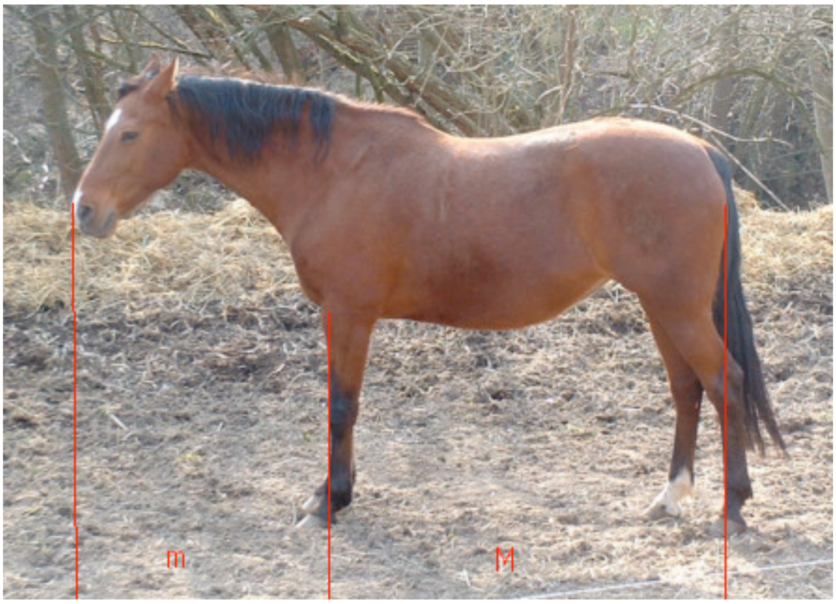
د یوه کور پروت غوڅی یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اینجنیر لو کوربوسیر (1887 – 1965) *Le Corbusier* په ډېرو دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د یوه طلايي غوڅي دستټ لپاره یوه بله بیلګه ده، چې پیداښتي یا په طبیعت کې یې لرو ستاسوسرګرمی‌له پاره

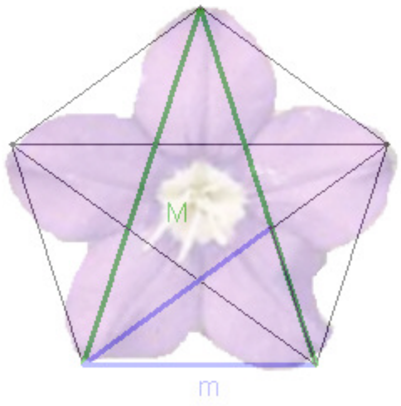
(c) ketabton.com: The Digital Library





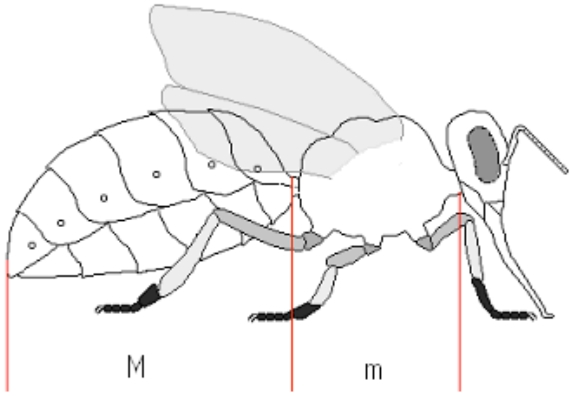
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوټي یا مخمس کې طلایي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



د ا لانـدې د درېـګوډیـکچبرخه پـه نـهم، لـسم، اویـولـسم ټـولـګي لـوستل کـیږي. زه دا ټـول پـه هره بـرخه راوړم، چې ګران لـوستونـکي ورڅخه اړونـدګټه واخستل شي

۶ - درېـګوډي کچ یـا تـرېـګونـومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

د دریګوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چي په هواره یا په هوا کی دریګوډي کچ کړي ، د ځانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکی یعنی په منظمه فاصله پرلپسی تکراریدونکی پیښې(موړ یی تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.

تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ - ۱۲۵ له م پخوا) پوري تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیموس Patolemäus چي په ۱۶۸ م کال کی مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونی یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیك، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونی، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کی مومي.

د تریګونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړي ډول په دې ریښتینوالی یا واقعیت کی نغښتی، چی د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چی دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښه لوحی یا په بله عبارت د زوړي او پیچومی لیکتختی(دې ته دې پام وي چی ما دا کلیمی هر چیرې د زوړي او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چی په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چې په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیک ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چې په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځانیونه و هواري فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځانیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

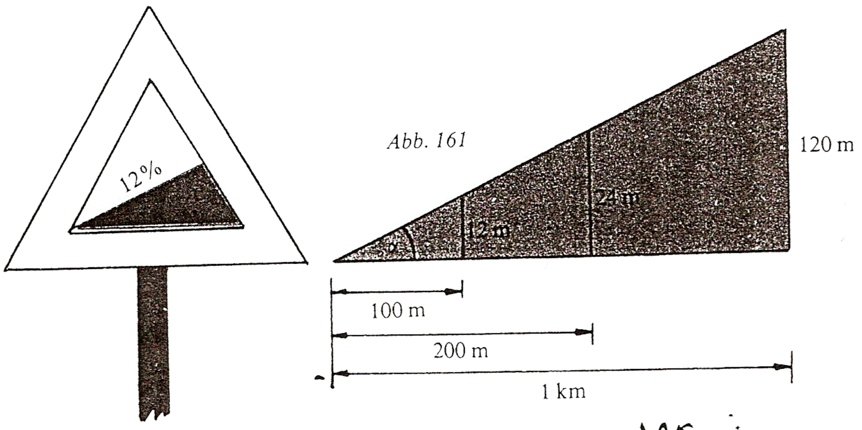


Abb. 161

خیره۱۹۴

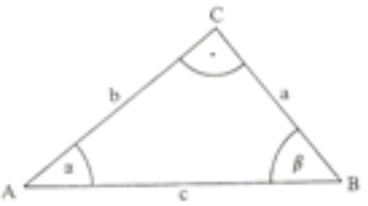
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوږی يا لويدون. په داسي حالت کی هم بيا نوري لوحي هم زوږندي وي.

په همدي ډول پيچومی کيدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لاري هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه يی د پرتون سره جوړوي.

تريګونومتري يا د په سلوکی (د پيچومي يا جګوالي تناسب) د پيچومي يا جګوالي ويناوي دي او يا په څرګندو پيچومي کونج يا جګکونج چی سليبز پيچومی يا جګوالی ټاکي. په دي ډول په سلو کی ۱۲ جګوالي سره د پيچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

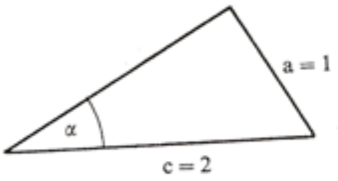
په پيلبيلګه کي څرګنديږي چی دا پايکربني د يوه ولاړ دريکوډي اړخونه انخوروي، چی د دوه دريکوډيو تناسب يا خانتيونه د کونج په بلواکی يا اړتوب ښايی. زيات وخت هيپوتينوزي (اوږداړخ) په c ښوول کيږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کتيتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه αاو β.



خپره ۱۹۵

اوس نو لاندي جملی باور لري:

سا ينبلواك sinusfunktion: بليګه:



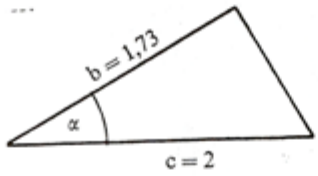
sin 30° = ½

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتيت}}{\text{هيپوتينوزي}}$$

خپره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسايبلوك Cosinusfunktion بيلګه:

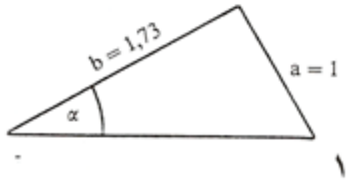


$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$$

خيره ۱۹۷

تنجنتبلواك Tangensfunktion بيلګه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$

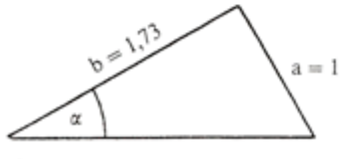
خيره ۱۹۸

$$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$$

يادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتيت لاندې د دريګوډي هغه اړخ پوهيږو، چې په هيپوتينوزې پراته کونج ته، چې څموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ يې لنډ پروت کاتيت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواك دي، چې کم کارول کيږي

کوتنجنتبلواك Kotangensfunktion بيلګه



$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$

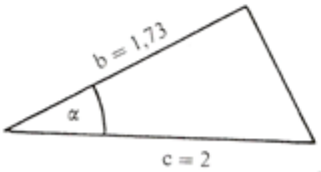
خيره ۱۹۹

$$\cot 30° = \frac{1,73}{1} = 1,73$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر کم ، د بیلګي په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواک کارول کیږي

سیکانسبلواک sekansfunktion بیلګه

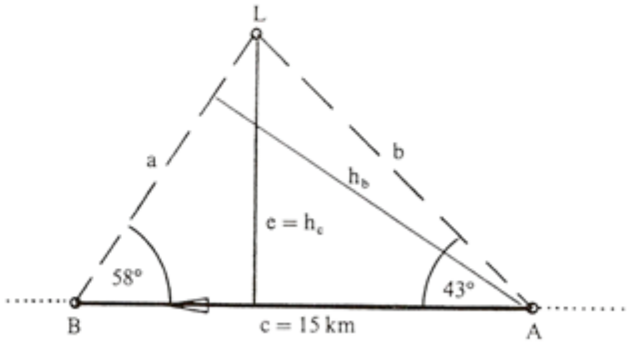


$$\sec 30° = \frac{2}{1{,}73} = 1{,}156$$

خیره ۲۰۰

$$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزې}}{\text{پرته کاتیت}}$$

یوه تګ پایکربښي c = 15 km او کونج ß = 58° وروسته.
په دوم ډز کی کیښنتی له ډز رڼااور څخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کیښنتی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لرې دی؟
په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



خیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 79°$; $\sin\beta = h_b / c$ او $\sin\gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبیول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$

$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959\ \text{km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838\ \text{km}$$

$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421\ \text{km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

په خوبنه دریګوډي کې د اړخونو ځانښیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین ځانښیونه یا تناسب دی.

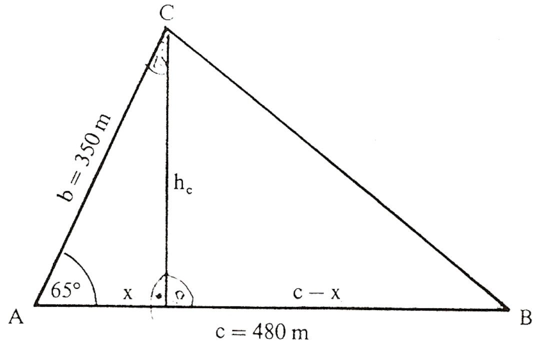
$\sin\alpha / \sin\beta = a / b \qquad \sin\beta / \sin\gamma = b / c$

$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کې نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی $b = 350\ m$ او $c = 480\ m$ دي او یو کونج $\alpha = 65°$ بندوي.
د B ځخه و C ته به د نښلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



ځیره ۲۰۳

اوبی یا حل :
جګوالی یا جګی h_c کربنه $AB = c$ په دوه ټوټو x او $c-x$ ویشي.
دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،
ځکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی . د پیتاګوراس د جلی له مخی
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^{\ 2} + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb\cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (ځیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos \gamma$$

په هر یوه دریګوډي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره تږې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوډي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوډیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.

د دې ټولو سره د څلورګوډي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0{,}5.d_1.d_2.\sin \alpha$$

چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي.

اوبی یا حل : $A=0{,}5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

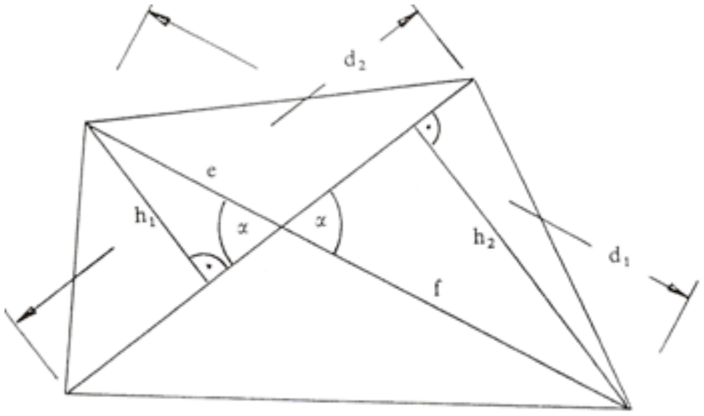
$$h_1 = e \cdot \sin \alpha$$

$$h_2 = f \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2(e + f) \sin \alpha$$

$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2\, d_1 \sin \alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریګونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کې مو وویل، چې کونجبلواك، نه یواځې د دننه لورته تیرو درېکوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چې له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنګه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

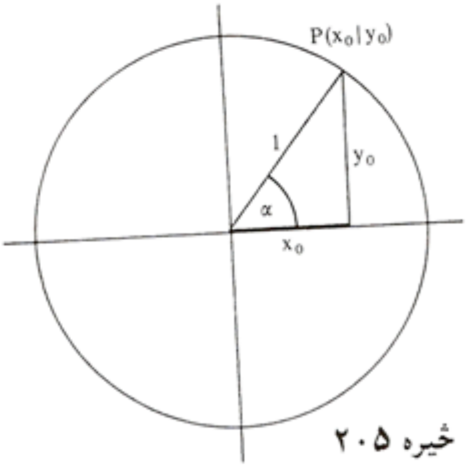
په ښه توګه داسې کیدی شي چې په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کې یوه ګردی ووهي چې وړانګه یې ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونګردی ویل کیږي، ځکه چې وړانګه یې یو یوون دی) او د ګردی منځتکې او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریګوډی، چې د هغې یو کونج د ګردی ځنتریکونج دی، یعنی کونج یې د ګردې په منځ یا ځنتر پروت دی، (ځیره۱۴۴) کم له کمه یې یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریګوډی په دننه کې شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چی په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجټکی $P(x_0|y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0\,,\quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیوربدرخونو په څیر لاس ته راځي، که موږ ورانګه د یوه ټالوهونکی مروند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چی د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

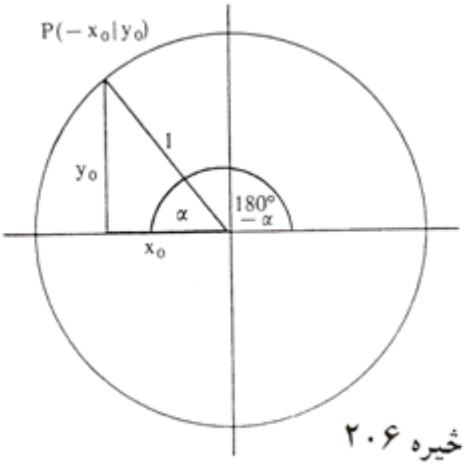
کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي. دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني څنتریکونج یی $180^\circ - \alpha$ وي.

د « سیوروڅیرو» څخه لاس ته راځي:

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۰۶

څکه چې دا سیوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر پیل مخامخ (منفی) لور ښایي.

په ورته توګه لاس ته راځی :

$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$

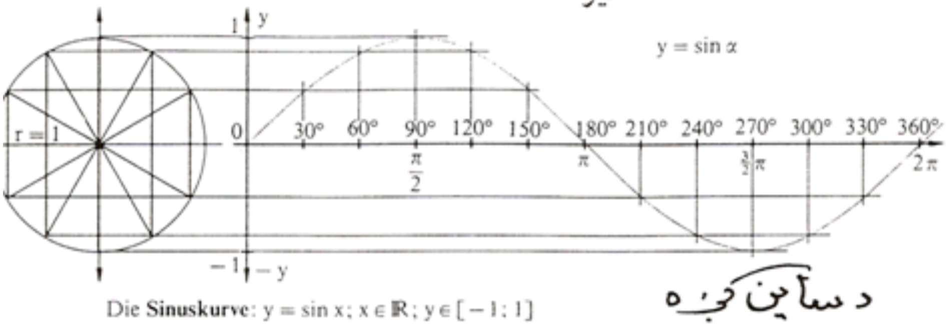
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$

$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$

$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

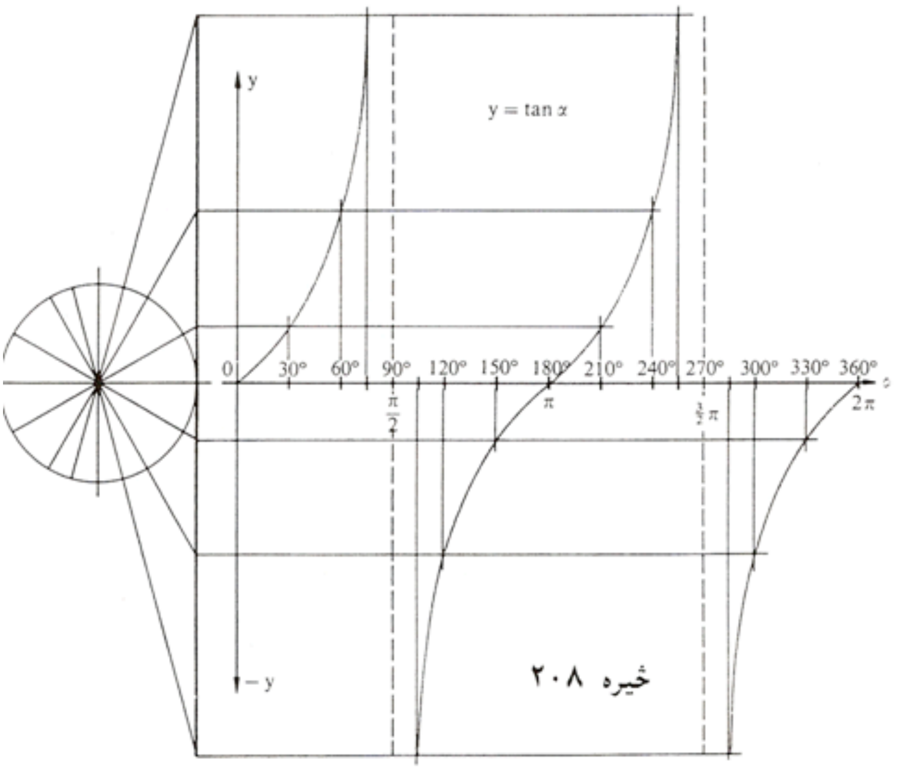
د کونج α+360° لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواك تعریف دي.
د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواك لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

خیره ۲۰۷

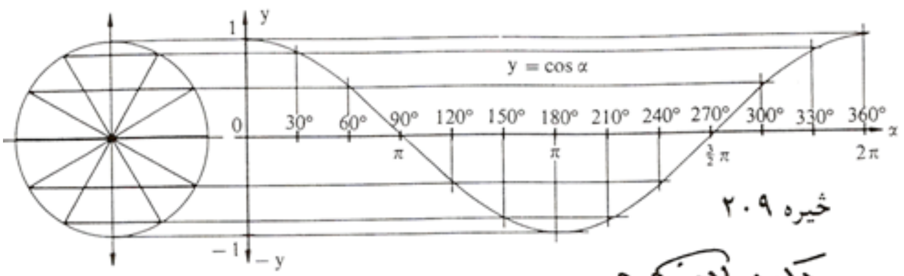


Die **Sinuskurve**: y = sin x; x ∈ ℝ; y ∈ [−1; 1]

(c) ketabton.com: The Digital Library

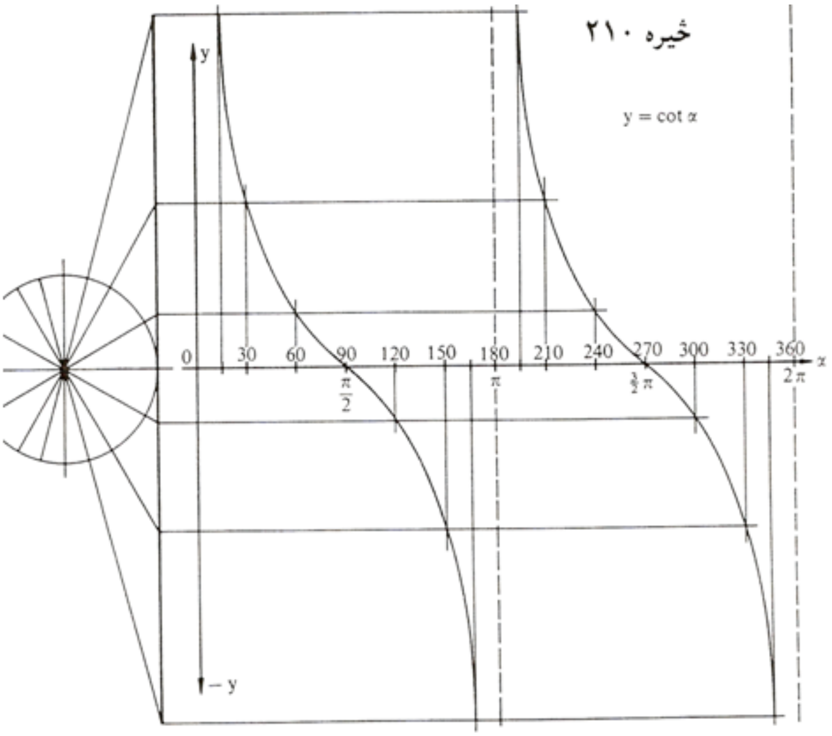


Die **Tangenskurve**: $y = \tan x$; $x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\}$; $y \in \mathbb{R}$



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x$; $x \in \mathbb{R}$; $y \in [-1; 1]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

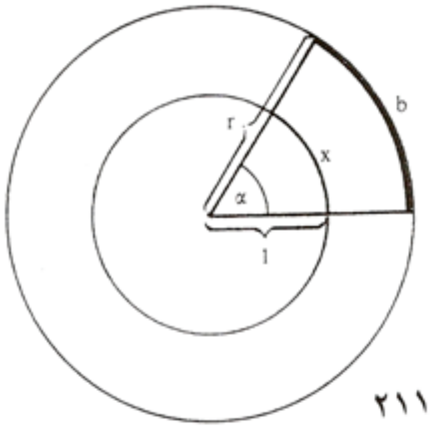


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$ دکوتنجنت کږه

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چی ۳۶۰ درجی پوره ګردی ښایي. هغه، چی لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چی ګردی په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کی ګډ دي، چی په ګڼونو اندازه کیږي، بی له کچ یوون، ارزښتڼیری رییلګڼونه دي، په داسی حال کي چی وتل ګڼونه (= د تعریف ډیري ګڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا ګون) لري. دا په کارونه یا عمل کی موږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندې کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۱

کونج لويي په واقعيت کی
يوون «راد (rad) » لري،
مگر دا په کارونه یا عمل
کی کيدی ونه ليکل شي
یا صرف نظر پرې وشي،
که بدلون ته مو نه
راهڅوي. دا کونجکچونه
چی د کونج لپاره په
تريگونومتريکی بلواکو
کی اینبودل کیږی (د
بيلگي په توگه sin)
ارگومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کی کیدی شي چی
نوې درجه ، زره درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چي په
جبشميري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه گردیبرخوکی وښوول شو (گردیبرخی د مخه څیړل شوي دي) چی هر کونج پورې یوه گردبرخه یا گردی لینده اړه لري، نو ټولی گردی پورې ۳۶۰ درجی کونج یا $2\pi r$ اړه لري، یوه کونج α پورې بیا یوه لینده b اړه لري، کومه چی په چاپېری کی ځانته همداسی نیسي لکه په پیل کی α و ۳۶۰ درجو ته . دلته گردیگڼ دی : $\pi = 3,14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پیلبیلگه:

کونج $60° = \alpha$ له گردی د ۱۰ سانتیمتره وړانگي سره یوه په لاندې ډول گردی لینده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي یا بیلوي. د گردی چاپیری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج α د ۵ سانتي متره وړانگی سره گردیلینده

$b = 10\pi . 60° : 360° = 5,236$ cm

غوځوي. دا گردی لاندې چاپیری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .

له گردی د وړانگي $r = 1$ cm سره ددې په څېر یا برعکس کونج گردیلینده

$b = 2\pi . 60°: 360° = 1,047$ cm

غوځوي» د دې گردي چاپیری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بیلگي څرگندیږي، چی لینده اندازه په همغه اندازه زیاتیږي لکه وړانگه. له دې امله کیدی شي خپله شمیرنه په یوونگردي د وړانگي ۱ سره رابنده یا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعریف: په یوونگردي د گردیلیندی اوږدوالي کچگڼ، چی په څنتریکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې ځيره شوي، لينده کچ بلل کيږي. لاندې شميراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180^\circ) . \pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x/\pi)\, 180^\circ = \frac{x}{\pi} \cdot 180^\circ$$

دا چې د وړانګي ځرخون په پوره کونج هم وراوړيدی شي، نو له دې امله د لينده کچ لپاره په خوښه رييلګښونه پريښوول شوي.

بيلګی :

$$\alpha = 1^\circ \Leftrightarrow x = \frac{1^\circ}{180^\circ}\pi = 0{,}0175 \text{ (rad)}$$

$$\alpha = 30^\circ \Leftrightarrow x = \frac{30^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236$$

$$\alpha = 45^\circ \Leftrightarrow x = \frac{45^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854$$

$$\alpha = 60^\circ \Leftrightarrow x = \frac{60^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow x = \frac{90^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708$$

$$\alpha = 180^\circ \Leftrightarrow x = \frac{180^\circ}{180^\circ}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 360^\circ \Leftrightarrow x = \frac{360^\circ}{180^\circ}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 720^\circ \Leftrightarrow x = \frac{720^\circ}{360^\circ}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = -75^\circ \Leftrightarrow x = \frac{-75^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

اركوسبلواكي Arcusfunkrionen

زيات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کيږي ، چي لکه په ورکړشوو کرښځانييونو راپيداشوې کونجونه څنګه معلوميږي يا څنګه راځرګنديږی يا بهتره څنګه ځانونه نيسی. ددې لپاره چی دا پوښتنه ځواب شي، بايد امکانات ولټول شي، چی د کونجبلواك ارزښتونو څخه څنګه بيرته کونج يا په همدې توګه د هغه تعريفهيري ته، په لينده کچ راتلی شو. دا کونجبلواك پريوديکی يا تل بيرته راګرځيدونکي بلواك دی، دا په دې مانا، چي د بلواك ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره يا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

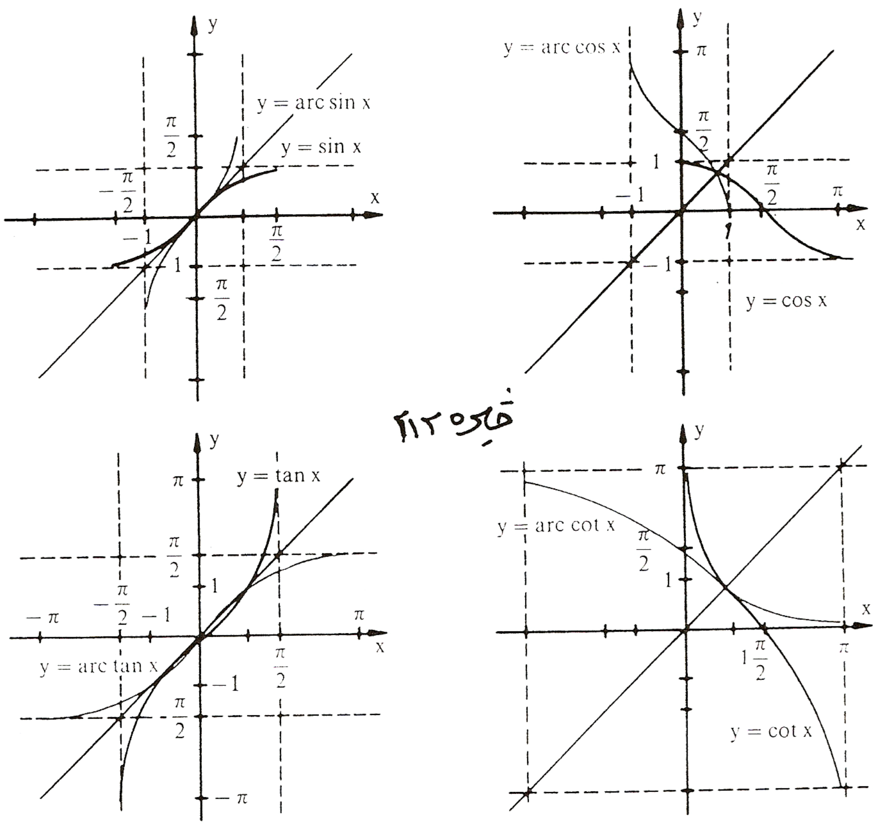
مختلفو واټنونو وروسته، بلواك ارزښتونه تكرارېږي. د دې لپاره چې په ځښكيدنه ممكن شي، نو بايد د خپل تعريف ډيرى په يوه برخه ډيري رابند يا محدود شي.

> **تعريف :** د يوه (رابند يا محدود) تريګونومتريكي بلواك په څټ بلواكونه اركوس بلواك Arcusfunktion بلل كيږي يا څيكلومتريكي بلواك (لاتين اركوس: Arcus = Bogen = لينده)

دلته (arc sin(x لوستل كيږي «د x اركوس ساين. د كونجبلواك تعريفډيرى دلته اړونده اركوسبلواك ارزښتډيرى دى او په څټ اركومنت يا تعريفډيرى دلته تل يو ريیلګڼ دى.

Trigonometrische Funktion تریګونومتریکي بلواک	Arcusfunktion ارکوسبلواک
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل ۲۱۲

Beispiele: بېلګې:

1. arcsin (0,8) $= 0{,}9273\,(\text{rad}) = 53{,}13°$
2. arccos (1) $= 0\,(\text{rad}) = 0°$
3. arctan (−100) $= -1{,}5608\,(\text{rad}) = -89{,}43°$
4. arccot (−70) $= -0{,}0143\,(\text{rad}) = -0{,}82°$

۵ – دا چې کونجبلواك و ارکوسبلاك یو د بل په څټ بلواك دي نو باور لري·

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$

$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$

$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$

$\cot(\text{arccot}(y)) = y; \quad \text{arccot}(\cot(x)) = x$

یعنې په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$

$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$

$\tan(\arctan(-40)) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$

$\text{arccot}(\cot(60°)) = \text{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تريګونومتريکي بلواکو خويونه

دا چی کونجکچ په درجه کچ او هم په لينده کچ ورکول کيدی شي، کيدی شي چی يوه کونج بلواك تعريفېدری يا α او يا x وي. ددې لپاره چی د يوه بلواك خوي باندې ټينګار وکړو، بايد په لاندې په لينده کچ تکيه وکړو.
د لاندې خويونو لمړی ډله يواځي له تعريفمساوات (د مخه راغلی) او د پيتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعريف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتيت}}{\text{پرته کاتيت}} = \frac{\dfrac{\text{مخامخ کاتيت}}{\text{هيپوتينوزې}}}{\dfrac{\text{پرته کاتيت}}{\text{هيپوتينوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسيره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \; ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کی gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

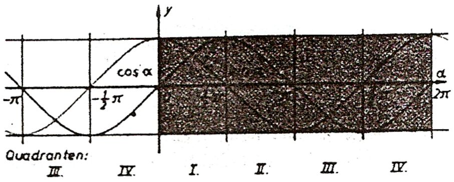
gegeben ورکړي / gesucht غوښتونی	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\dfrac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	cos x	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	tan x	$\dfrac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\dfrac{1}{\tan x}$	cot x

لکه چې د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چې تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چې د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري، کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی (180°)) لري.

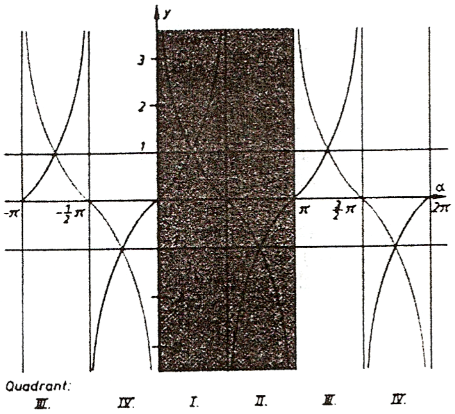
$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$

$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$



خیره ۲۱۴

د ساین - او کوساین فنکشن پریود د یاتن راګرځیدنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پریود ښیکي :

$\sin 50°$	$= \sin(50° + 360°)$	$= \sin(50° - 720°)$	$= 0{,}76604$	
$\cos -30°$	$= \cos(-30° - 360°)$	$= \cos(-30° + 1080°)$	$= 0{,}86603$	
$\tan 2{,}5$	$= \tan(2{,}5 - \pi)$	$= \tan(2{,}5 + 5\pi)$	$= -0{,}74702$	
$\cot 10$	$= \cot(10 + \pi)$	$= \cot(10 - \pi)$	$= 1{,}54235$	
$\sin 35°$	$= \sin(180° - 35°)$	$= -\sin(180° + 35°)$	$= -\sin(360° - 35°)$	$= 0{,}573576$
$\cos 35°$	$= -\cos 145°$	$= -\cos 215°$	$= \cos 325°$	$= 0{,}81952$
$\tan 0{,}6109$	$= -\tan 2{,}5307$	$= \tan 3{,}7525$	$= -\tan 5{,}6723$	$= 0{,}700208$
$\cot 0{,}6109$	$= -\cot 2{,}5307$	$= \cot 3{,}7525$	$= -\cot 5{,}6723$	$= 1{,}428042$

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو نو په دې برسیره په ټینګه روښانیږي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	

$$\sin x = \sin(\pi - x) = -\sin(\pi + x) = -\sin(2\pi - x) \quad \text{(Abb. 179)}$$
$$\cos x = -\cos(\pi - x) = -\cos(\pi + x) = \cos(2\pi - x) \quad \text{(Abb. 179)}$$
$$\tan x = -\tan(\pi - x) = \tan(\pi + x) = -\tan(2\pi - x) \quad \text{(Abb. 180)}$$
$$\cot x = -\cot(\pi - x) = \cot(\pi + x) = -\cot(2\pi - x) \quad \text{(Abb. 180)}$$

بیلګی:

	α	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$360° - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یواځی د جبشمیرې یا کمپیوټر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چی یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه ساحو د هراړدل په مانا دی او بیلدی تیږی یا هموی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کېدی شي په خیال کی یا ګوماني لاس ته راوړی شو

$$\sin x = \cos(\ \ /2 - x) \qquad \cos x = \sin(\ \ /2 - x)$$
$$\tan x = \cot(\ \ /2 - x) \qquad \cot x = \tan(\ \ /2 - x)$$

دا ګومان کېدی شي په ولاړکونجیز درېګوډي کي د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

sin = a / c او cos ß = a / c

د – 90° = ß له امله لاس ته راځي :

sin = cos (90° -)

په ورته توګه نورې غوښتني هم لاس

ته راتلی شي.

دا له ځیرو څخه هم لاس ته راوړل کېدی شي، ځکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د /2 = x کرښی ته یو بل سره محورسیومتري ځغلي :

له ځیرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواك جفت دی ، لرو:

$$\cos(x) = \cos(-x)$$

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

$$\sin(x) = -\sin(-x), \ \tan(x) = -\tan(-x)\ ; \ \cot(x) = -\cot(-x)$$

یادونه : په دې نلواکو کي کېدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلگی:

$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0,86603$

$\cos 0,75 = \cos(-0,75) = -0,70711$

$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0,57735$

$\cot 1,3 = -\cot(-1,3) = o,27762$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لاینې نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډبل تعریفډیرې پورې ساده ډبل بلواك ارزښت اړه نه لري.
لکه

$\sin 30° = 0,5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$

د داسې په نامه زیاتونمسئلې په مرسته ممکن کیږي، چې د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو یو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابې کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x . \cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$

2 '. $cis(x - y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x . \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

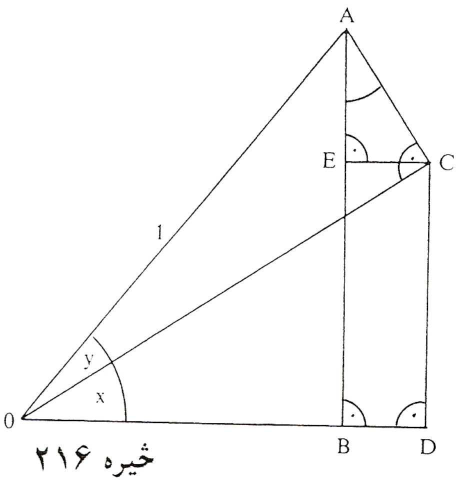
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



خیره ۲۱۶

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y; \quad |OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x + y); \quad |OB| = \cos(x + y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

بر سبيره پر دې لوړو :

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x+y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. 2′.:

3. 4.: x = y. ځای په ځای کړه

5.: Setze $z + t = x;\ z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2};\ t = \frac{x-y}{2}$ کېږده

$$\sin x = \sin(z+t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$ پس لیکو

$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z-t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$ همداراز

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه په ورته توګه څخه لاسته راځي

7.: $x = y = z/2$ کېږده

$$\Rightarrow \cos(x+y) = \cos z = \cos 2\cdot\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1-\cos z)$$

8.: $(*)\ \sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$. د ولنبه نيوني له لاري ښوونه لیکو په (*) کې ولیکه یا لیکو ده

9-10: د ۱۱ پوښتنو د ۱ او ۲ او ښوونې د ټولو څخه لاسته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) +d$

لکه چی په پيل کی مو وويل په طبيعت او تخنيك كي ډيري پيښي شته دی چي تل بيرته راګرځي يا لنډ : راګرځي، يعني پريوديکي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه کوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ١- او ١ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلې لور داواقعي د کونج په واك کی نه دي بلکه د وخت په واك کي دي د يوې راګرځيدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولکيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې کارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيځير شي يا يی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثير په لاندې ليدنه کی راټول شويدي، ګراف يی ورزياتی ځيرونی لپاره دی. په ورته ډول د نورو کونجبلواکو لپاره باور لري په عمل کي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د کوسا ين بلواك چي په $\pi/2$ سره راکښل شوی وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ښي لور څخه)

بيلګی	دکارونی ساحه	تاثير	بلواك
څيره ۲۱۷	ټولی تلبيرته راګرځيدونی تعامولونه		$y = \sin (x)$
څيره ۲۱۸	د یوه مساوي او بدل شپيلونکي يو په بل پرلوټل	د y-لور باندې راکښنه	$y = \sin(x) +d$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځېره ۲۱۹	په بدل بوڼینا جریان کې د بوږنیتا او نشیالونګ تغییر دونښالونه	د فاز تغییر ګراف بدلون	y = sin(x+c)
ځېره ۲۲۰	دیوه پندول خوځېدنه	د امپلیټوډ د ګراف بدلون فاکتور -1 د 180° فاز ګراف بدلون دی	y = a . sin(x)
ځېره ۲۲۱	دیو بستېتونو چې ډېرې ځېرونه په یوه وخت داسې پېژنه چې دهغې بوږنې لېږدونکې په ډنګ کې الوېه او ازونکي	د پیریود تغییر بدلون b>1 سرعت 0<b<1 په کرار کېدل b <0 په شا ګرځېدنه له محور ده	y = sin(bx)
ځېره ۲۲۲	کمپلکس پرېوډیک جریان یا عمل	عمومي حالت	y = a . sin(bx+c)+d

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره ځېره بله کړی

4°6' = 4,1° ; 10° , 5' = 10°30

a) 6,75° = b = 120,48° = c) -75,65° =

d) 52°16' = e) 97°13' = f) 44°44' 44'' =

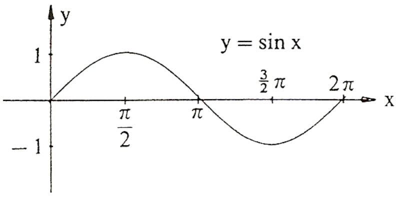
۲ – په درجه کې ي ولیکی

a) $x = \pi/3$, b) $x = -\pi/4$, c) $x (2/3)\pi$

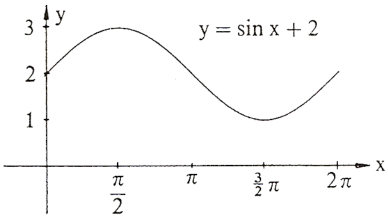
d) x = 4 e) x = -3 f) x = 4,7

۳ – په لینده کې یې ولیکي

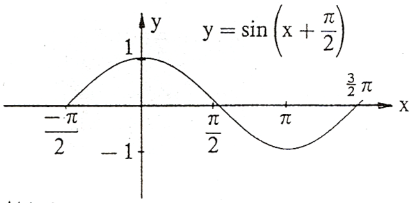
a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°



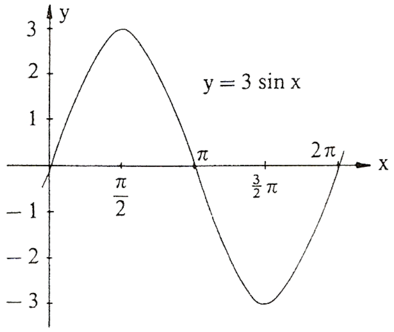
خیره ۲۱۷



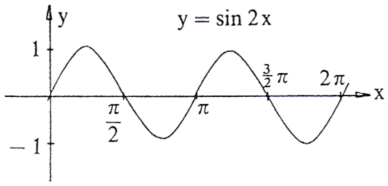
خیره ۲۱۸



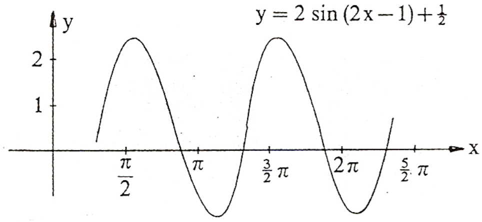
خیره ۲۱۹



خیره ۲۲۰



خیره ۲۲۱



خیره ۲۲۲

د دي بلواك گراف د ساین کړي $y = \sin x$ څخه لکه چی گورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله کیدل

۲ – د نیمی راگرځید اوږدوالی باندي پرسیدنه

۳ – په یوه یوون د ښي لور ته راکښنه

۴ – په $1/2$ پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20°   b) sin(-30°)   c) sin 172°   d) din1°4'

e) cos 35°   f) cos 380°   g) cos(-27°)   h) cos47,9°

i) tan 11°   k) tan (-15°)   l) tan 33,33°   m) tan 13°13'

n) cot 870°   o) cot (-11°)   p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin α =0,8   s) cos α= 0,9   t) tan α= 2,5

u) cot α =-1   v) sin φ = 0,3   w) cos φ = -0,13

x) tan φ = -4   y) cot φ= 0,3   z) arcsin(x) = π /2

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی لرو γ = 90° او په دي برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm

پاتی ټوټی وشمیری

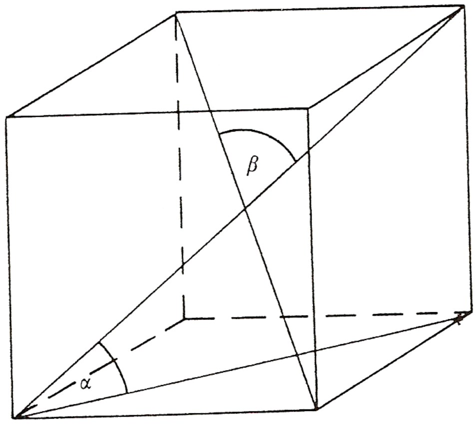
۶ – په مساوي پښیز دریګوډي کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري



شیره ۲۲۳

۷ – د یوه پڅکونجیز (α > 90°) دریګوډي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پڅ کونجیز دریګوډي لپاره وشمیری (α > 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ - په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنستهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ - د دوه ګردیو وړانګی

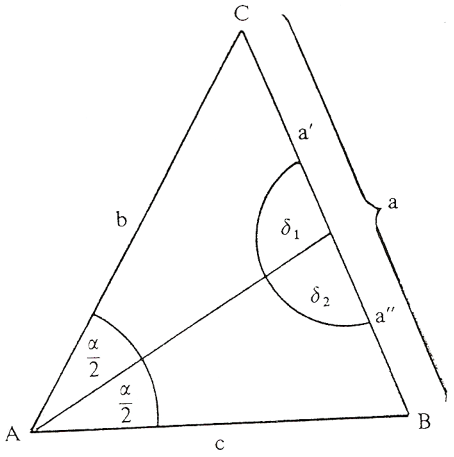
$r_1 = 5$ cm , $r_2 = 4$ cm

دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8$cm ورکړ شوی دی.

دد دواړو ګردیو د تماس

مماسونو غوڅکونجی وټاکی

او د کړي غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ - په یوه دریګوډي کی د یوه

کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی

ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه

په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د

ساین جملی په مرسته حل

(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ - که یوه بار ځاي ته،

چي ۱،۵۰ متره جګ دی،

یوه زینه ورجګه شي

میلانکونج یې دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ - الف)د یوې پورته ختلی کوځي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا

کوڅه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لارې وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندي پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره

لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چی میلانکونج ∠ = 25° لري. د وزنزور په زوړندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعنی ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۸۱ ، ۹ نیوټن 1 kg = 9,81N).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چی هره یوه یی **۵۳** متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج 60° دی په پښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې **۵۳** متره جګي ونی سیوری **۵** ، ۱۲ متره اوږد دی. په ځمکه لمروړانګي په کوم جګوالی یوبل سره مخمامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه **۵** متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چی جګیدونکوج یی ∠ = 18,5° او ښنیټکی یی ß=8° لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یی پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یی د ښنی ټکي څخه ۴، ۵۰ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چی ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په ځمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنسټټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چی د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یی ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

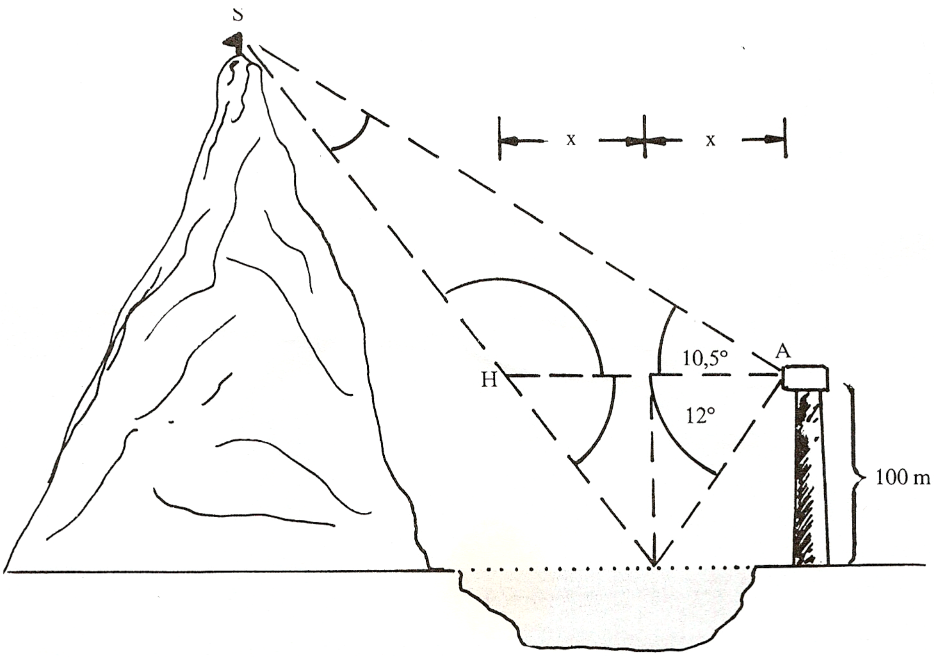
ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

– د بل برج څوکه ښکاریږي چی جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

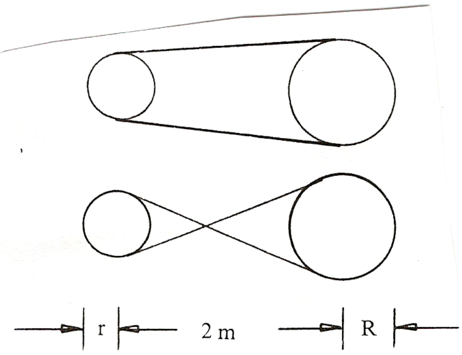
(c) ketabton.com: The Digital Library

–د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۵



خیره ۲۲۶

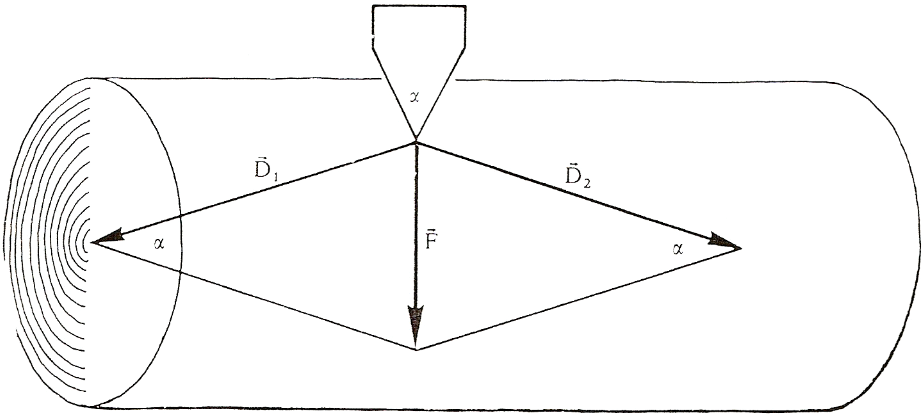
۲۳ - الف) یوه د کشولو کړی، چي په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري $r = 22\ cm$, $R = 35\ cm$, $|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړی به څومره اوږدې وي که د اتیران په ځیر له چیتروګانو یا تیکلیو داکی ځیدلی وي ؟

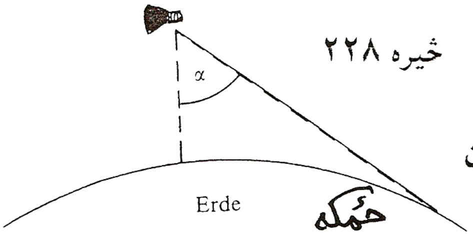
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ الف) د ونی په ستېه یو کایل)موږی) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چې د ستېی درڅونه ، که د کایل یا تبرګي کونج $\alpha = 6°$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: |F|=|D| ؟



څیره ۲۲۷

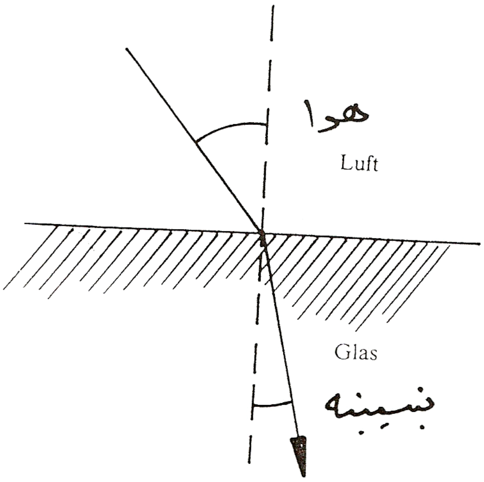


څیره ۲۲۸

۲۵ - د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه α کونج لاندې لیدل کیږي (څیره) دا الوتماشین څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکی وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ - یو ګادی د $v_{\alpha} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پټلی د تلنلور باندې په $115° =$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



څیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډې د اوسپنی
ټیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي.
له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو
د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ - که د لمرورانګه په دوه مختلفو
طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر
یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius
د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د
ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون
وايي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او
ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر
دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

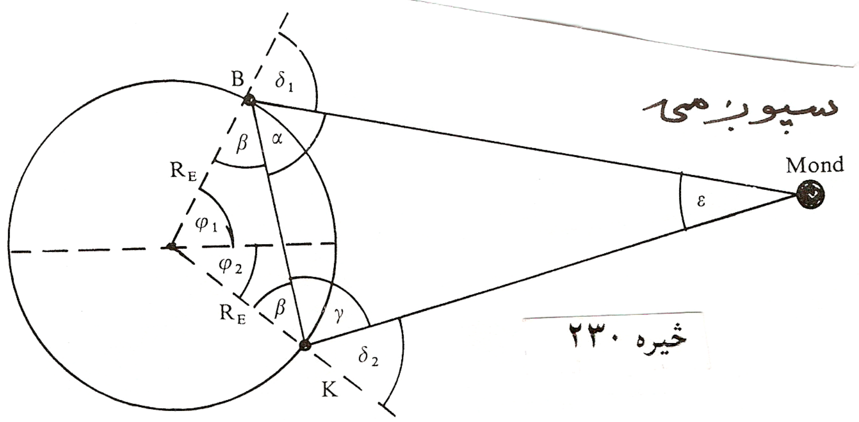
$$\sin \alpha \;/\; \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو (1,33) n = 1,5 دی وښايي،
چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

۲۸ - په ۱۸ ا–مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل
شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52,52°$) او لکه د ښو هیلو
په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د
سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل:
. $\delta_2 = 55,72°$ او $\delta_1 = 32,08°$
وشمیری |KM| , ß , |BK| او له دې څخه d_{EM} .

(c) ketabton.com: The Digital Library



ثیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنیSchwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t ترواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin (2\pi /T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2\pi / T) t = x$ هغه کونج دی ، کوم چې په T وخت کی وهلکیږي. $1 / T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- مربع مساوات (ځلورۍ برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه ځلورۍبرابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړۍ

د ازماېښت سره حل $x1=5$ يا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چي $(x1)^2 = 5^2 = 25$ يا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کيږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ريښه ونيسۍ

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$\Leftrightarrow |x| = 5$ ارزښت حل کړۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسې هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګټي.

يو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، موږ وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بيلګې:

$$|4| = 4 \qquad |5{,}12| = 5{,}12 \qquad |\sqrt{3}| = \sqrt{3} \qquad |\pi| = \pi$$
$$|-4| = 4 \qquad |-5{,}12| = 5{,}12 \qquad |-\sqrt{3}| = \sqrt{3} \qquad |-\pi| = \pi$$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د يوې اووښتوني x ارزښت غواړو وټاکو$x = | x |$ تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان x = | x | فقط هلته تیک دی، چې 0 ≤ x وي.

د x<0   لپاره ناتیک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که x≥ 0 وي   x= |x|

دویم حالت   که x<0 وي   x-=|x|

بیلګه:

x = 5   دا چې x >0 دی باورلري   x = | x | ځکه چې   5 = |5| (لومړی حالت)

x = -5   داچې0 < x   دی باور لري x- = |x| ځکه چې   5 = |-5| (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بڼي $ax^2 = b$ یا$ax^2 = + c = 0$ برابرونونه سوچه مربعیز بلل کیږي..

دا د مناسب بڼه بدلون وروسته د ریښه نیوني له لارې حل کیږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$
\begin{aligned}
& 2x^2 - 8 &= 0 \quad & |+8 \\
\Leftrightarrow \; & 2x^2 &= 8 \quad & |:2 \\
\Leftrightarrow \; & x^2 &= 4 \quad & |\sqrt{\;} \\
\Leftrightarrow \; & \sqrt{x^2} &= \sqrt{4} & \\
\Leftrightarrow \; & |x| &= 2 &
\end{aligned}
$$

لومړی حالت دویم حالت	$x \ge 0 : \lvert x \rvert = x = 2 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 2}}$ $x < 0 : \lvert x \rvert = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$

بیلګه:

$$
\begin{aligned}
& \frac{1}{2}x^2 &= 9 \quad & |\cdot 2 \\
\Leftrightarrow \; & x^2 &= 18 \quad & |\sqrt{\;} \\
\Leftrightarrow \; & \sqrt{x^2} &= \sqrt{18} \quad & | \\
\Leftrightarrow \; & |x| &= \sqrt{18} &
\end{aligned}
$$

لومړی حالت:	$x \ge 0 : \lvert x \rvert = x = \sqrt{18} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = \sqrt{18}}}$
دویم حالت:	$x < 0 : \lvert x \rvert = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow \underline{x_2 = -\sqrt{18}}$

د حل بدیلII

د مساوات $x^2+2x=0$ حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازميلو له لارې لرو :   x1=1يا   x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2 \cdot 0 = 0$

يا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2 \cdot (-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتيجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتياوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0 \cdot (0+2) = 0 \cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دويم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x \cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

يو ضرب صفر دی، که لږ ت رلږه د هغه يو ضريب صفر وي.

پام :

د بنې يا مساوات سيستم تل کيدی شي د   اووبنتونې يا متحولې له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازماېښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & 3x^2 + 2x & = & 0 & \mid x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x(3x+2) & = & 0 & \mid \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & 3x + 2 & = & 0 & \mid -2 \\
\Leftrightarrow & 3x & = & -2 & \mid : 3 \\
\Leftrightarrow & x & = & -\frac{2}{3} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{2}{3}}}
\end{array}
$$

بیلګه:

Probeازماېښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x & \mid -\frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x & = & 0 & \mid x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) & = & 0 & \mid \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} & = & 0 & \mid +\frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x & = & \frac{3}{4} & \mid \cdot \frac{3}{2} \\
\Leftrightarrow & x & = & \frac{9}{8} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{9}{8}}}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llcl}
\text{Probe:} & \text{mit} & & x = \frac{9}{8} \\
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 & = & \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} & = & \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\
\Leftrightarrow & \frac{27}{32} & = & \frac{27}{32}
\end{array}
$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بېلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شمېرنې لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \Leftrightarrow x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \Leftrightarrow x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکميلوني په مرسته د حل تللار

بېلګه:

په نورمال بڼه راوړنه:

$$2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$$

مربع تکميلنه

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-4)^2 = 36 \quad |\sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \quad |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1:} \quad (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 10 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}}$$

$$\text{Fall 2:} \quad (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad x - 4 = -6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

د x ضریبونه نیمیږي، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴.۷ - د - p - q - فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

$x^2+px+q=0$ یا Oder

$\Leftrightarrow x^2+px \qquad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

يا په لنډه بڼه ليکو:

$$x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

دلته د ريښي لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا ديسکريمينانټD بلل کيږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول وليکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \text{يا} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه حلتوکي(عناصر؟)	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	که وي
یو حالتوکی(ډبل حل)	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	که وي
حلتوکی نه شته	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	که وي

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتې وټاکل ــیا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کميږي.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

په لاندې کې also د ,,یعنې,, او یا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \quad |:3 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} &= 0 \end{aligned} \qquad \Rightarrow p = -\frac{5}{3};\ q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\text{also } D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2\cdot 12}{3\cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \quad \left| \begin{aligned} &\Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = \underline{\underline{1}} \\ &\Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{aligned} \right.$$

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حلتوکى لري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکى نه لري.

د حل کنټرول

لکه په هر مساوات کې کېدى شي حل داسي کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځاپه ځاى شي، يعني کنترول وکړي.

په مربع مساواتو کې دا ساده دى، د ويتا د ريښي جملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعيز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$x_1 \cdot x_2 = q \quad \text{او} \quad -x_1 - x_2 = p$$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ایښوونې سره سړی دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$\begin{aligned}
& x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\
\Leftrightarrow\ & x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D} \\
\Leftrightarrow\ & x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p \\
\Leftrightarrow\ & \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}
\end{aligned}$$

X1او x2 سره ضرب کړئ

$$\begin{aligned}
& x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\
\Leftrightarrow\ & x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D \\
\Leftrightarrow\ & x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] \\
\Leftrightarrow\ & x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q \\
\Leftrightarrow\ & \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ $x_1 = 2$ او $x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازماېښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = 1 = p$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = -6 = q$$

برعکس یا په ځښ د ویتا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلګه:

یو څلوریز یا مربع مساوات څنګه باید وبرېښي، چې د هغه حلډېرۍ $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلډېرۍ سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلګه: یو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرۍ(حلسټ) $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي)   د دې اړونده مربع مساوات دی.

يادونه:دا فقط يو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زياتځله يا هم همدا حلډېرئ لري.

کربنيز ضربيونه(ځلووني) يا فاکتورونه:

يد بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د يو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د يوه مربع مساوات کربنيزه بڼه ده.

يو شرب تيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يږ له دې دوه ضربيونو څخه صفر وي.

ضريب ١ صفر دی: لاس ته راځي ضريب ٢ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بيلګه: x1=3 يا x2=-2 دې د يوه مربع مساوات حلونه وی.

کربنيزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کربنیز ضریبونه:

یو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بیلگه:

$L=\{x1;x2\}$ دې د یوه مربع مساوات حلډېرئ وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضریب)

دا د یوه مربع مساوات کربنیزه بڼه ده.

یو ضرب تیک هله صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو ضریبونو صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضریب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بیلگه: $x1=3$ یا $x2=-2$ دې د یوه مربع مساوات حلونه وي.

کربنیزه بڼه: $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0,5)^2 + 6 = 6,25$$

$$x_1 = 0,5 + \sqrt{6,25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0,5 - \sqrt{6,25} = -2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ريښه نيونې له لارې حل

دويم بڼه يا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووښتونې يا ماحولې x له نوکانو اېستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروۍ.

دريمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړۍ

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړۍ.

د $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وییتا د ریښي جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروئ او د ځای په ځای کولو له لارې يې و ازمايی.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x+2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x+3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x-4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلګه۱:

په لاندې کې Probe ازماېښت.

$$8x^2 = 2|:8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:}\quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلګه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \;($$
$$2x + 8 = 0|-8 \Leftrightarrow 2x = -8|:2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماېښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳ :

$$4x^2-32x+28=0|:4 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$$

$$\Rightarrow p=-8 \quad q=7 \quad D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \;\left|\; \begin{matrix} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{matrix}\right. \quad \text{Probe:} \quad \begin{matrix} 4\cdot 49-32\cdot 7+28=0 \\ 4\cdot 1-32\cdot 1+28=0 \end{matrix}$$

بیلګه ۴:

$$2(x+2)^2=32|:2 \Leftrightarrow (x+2)^2=16|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2|=4$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{matrix} \quad \text{Probe:} \quad \begin{matrix} 2(2+2)^2=2\cdot 16=32 \\ 2(-6+2)^2=2\cdot 16=32 \end{matrix}$$

مربع مساوات ته پوښتنې

ځلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړئ

الف- $4-x^2=0$ ب - $\frac{4}{5}\left(x^2-3\right)=0$ پ- $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2+8=5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2-2t^2=0$ ث- $x^2-\frac{a^2}{2}=0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآیی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه باید څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دریم –

200 باکتریاګانې په دوه ساعته کې 450 باکتریاو ته زیاتوي.

دا باکتریاوې په ساعت کې څو په سلو یعنې % کې زیاتیږي.

څلورم –

د یوه مربع دوه کونجتړې یا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

یو ولاړکوډیز یا مستطیل $60,75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – یو اړخ درېواره دومره اوږد وي لکه دا بل.

ب – اړخونه یې په 3 m یو له بل توپیر لري.

شپږم –

دوه ګڼونه په 4 یو له بل توپیر لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی. اوم –

دوه ګڼونه وټاکی، چې زیاتون یا جمع یې4,1 او ضرب یې 4 وي.

اتم –

د t په واکوالي کې حلونو ګڼون یا تعداد او ځای وټاکی

الف- $tx^2 + 1 = 0 ; t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0 ; t > 1$

نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات په x پسې حل کړئ.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب - $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$

ت - $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ټ ـ $x(x + t) = 1$ ث- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

ج - $(x + 2)^2 - 2 = 0$ چ - $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح - $2tx^2 + tx - t = 0 ; t \neq 0$

خ - $x^2 - 2tx + 6t = 3x$ څ - $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0 ; t \neq 0$

لسم —

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0 ; a \neq 0$ ب - $(a + 1)x^2 - x + a = 0 ; a \neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1 ; a \neq 0$ ت - $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0 ; a > 0$

یولسم —

وښایئ، چې برابرون $x^2 + ax - 1 = 0$ د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم —

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایئ یا وټاکئ.

الف- $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 ; a > 0$ ب - $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - ax + a = x$

ت - $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ټ ـ $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1{,}5ax - 0{,}5a^2 = 0$

ج - $2x^2 + x - 3a = 0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0 ; a \neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$

دیارلسم —

وښایئ چې $L = \{1 + \sqrt{2 - 3t} ; 1 - \sqrt{2 - 3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0$ حلونه دي.
څوارلسم –

و ښايی چې t د کومو ارزښتونو لپاره $x = t$ د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتنې

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}\left(x^2 - 4x\right) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0 ; t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0 ; t \neq 0$

دويم: دa په واکوالي کې د حلونو تعداد يا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2 - a)x^2$

دريم: مساوات $4x^2=12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينګل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څير $x = 3$ راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتني

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه ونې (تجزيې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2 + 8x + 16 = 0$ ب - $x^2 + 5x - 24 = 0$ پ- $-2x^2 + 4x + 30 = 0$

دويم:

الف - $(x+4)(x-5) = 0$ ب- $(2x+7)(4x-1) = 0$ پ- $(x+t)(x-2t) = 0$

ت - $0,5x^2 - 3x + 4 = 0$ ټ - $-0,5x^2 - x + 1,5 = 0$ ث - $\frac{1}{3a}(2x - x^2) = 0;\ a \neq 0$

مربع - يا څلوريزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه يې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2 = 49$ ب - $(3x+4)^2 = 1$ پ - $9-(2x+5)^2 = 0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2 = 12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2 = x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x) = 0;\ t \neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $2tx-(t-1)x^2=0; t\neq 1$ چ - $1{,}5(x-0{,}5a)^2=0$ ح - $(x-1)^2-t=0; t>0$

دويم: لاندې برابرونونه يا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5)=0$ **ب -** $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5)=0$ **پ -** $1-\frac{1}{(1-x)^2}=0$ دریم: د a

د کومو ارزښتونو لپاره مساوات $(x+2)(x-a)=0$ ټیک یو حل لري؟

څلورم: د جبشميري سره د ټیک دوه لسمیزو سره حلډېرئ وشميرئ.

الف- $436x^2+18x-12=0$ **ب -** $x^2+6x-1024=0$ **پ -** $x^2+92x-9876=0$ **ت -** $119{,}6\pi+9{,}6\pi x-2\pi x^2=0$ **ټ -** $\sqrt{2}x^2+2\sqrt{2}x-1=0$ **ث-** $0{,}025x^2+2x-0{,}254=0$

پنځم: وښايئ: $(a+b)^{-1}=a^{-1}+b^{-1}$ د تول $a,b\neq 0$ لپاره یو ناټيک حل لري.

مربع مساوات v

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3}-x^2=0$ **ب -** $73-52s+14s^2=25$ **پ -** $\frac{x^2}{a}-e^{-2}=0$

ت - $\frac{1}{4}x^2+65x-3600=0$ **ټ -** $2a^2+7a+3=0$ **ث -** $8{,}5x=\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{2}x+200$

دويم: مساوات $2x+\frac{2}{x}=5$ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرئ يې وټاکئ.

د مساوت په بڼي لور د 5 په ځای کوم عدد بايد ځای ونيسي، له کومې سره چې دا ناتغيره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دريم: د پارامتر د کومې ټاکنې لپاره مساوات ټيک يو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: يو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-2,5\}$ سره، ب - له حل $L = \{-5;3\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډيز يا مستطيل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډيز

الف- يو چاپيرپال د $U = 38\ m$ او يو مساحت د $A = 88\ m^2$ ولري.

ب- يو مساحت د $A = 16\ m^2$ ولري او د سور اوږدوالی يې 4/3 وي.

اوم: وښايئ: که د دوه حقيقي عددونو کمښت يا تفريق د ضرب په څلور ځله زيات شي، نو سړی د دواړو حقيقي عددونو مربع زياتون يا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د يوه ديوال په اوږدوالي يو ولاړکوډيز پټي د $A = 800\ m^2$ سطحې سره د يوه ټول 100 m متره سيم سره رابنديږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کيږي؟ کوم ماکسيمال يا خورا لويه سطحه له دې سره رابنديږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قيمت K(x) دی. يو جوړښت ټوټه يا برخه په E(x) پلورل کيږي. څومره جوړښت ټوټې بايد توليد شي، چې د 200 € يوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = x^2+100x+80$ (د ارزښت تابع یا فنکشن)

$E(x) = 160-2x$(د خرڅلاو تابع)

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه € 65 دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا دانې باید تولید شي، چې ګټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د € 1500 لاس ته راځي.

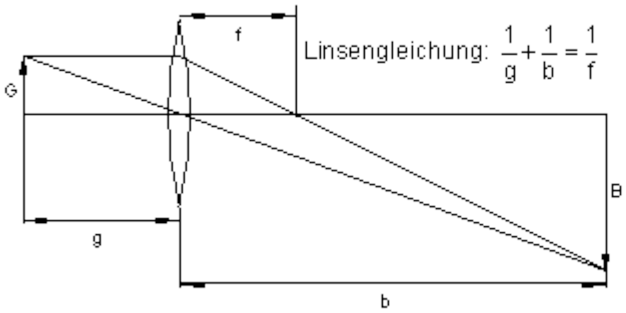
$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسې له لارې، چې د سوزونټکي ا وږدوالی یې f = 0,2 m دی په یو اوپتیکي څیره B باندې پریوځي یا څیره کیږي. د شي او څیرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې څیره B یې د عدسې څخه څومره لرې دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونټکي واټن ولري؟

په لاندې څیره کې: Linsenglaeichung د عدسې مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه یا اوبیونه

کسر مساوات ــلکه کربنیز مساوات- د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیدی شي. مګر مخ ته له دې دي تعریف-یا پیژندورشو وټاکل شي. بنسټیزې IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعریفېزې اووښتون ارزښتونه یا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعریفورشو لپاره دې تر څیرنې لاندې ونیول شي، چې ماتلاندې یا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کیږي. ټیک دا ارزښتونه تعریف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بیلګه:

$$\frac{4+x}{x-2}=6$$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

ځکه چې ویش په صفر اجازه نه لري.

$$\begin{aligned}
\frac{4+x}{x-2} &= 6 && |\cdot(x-2)\\
\Leftrightarrow\quad 4+x &= 6\cdot(x-2)\\
\Leftrightarrow\quad 4+x &= 6x-12 && |-6x\\
\Leftrightarrow\quad 4-5x &= -12 && |-4\\
\Leftrightarrow\quad -5x &= -16 && |:(-5)\\
\Leftrightarrow\quad x &= \frac{16}{5} && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{16}{5}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دویم مخرج صفر کیږي.

اسلي ماهلاندې یا ــمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} = 0 \qquad |\cdot(x+3)(x-1)$$
$$\Leftrightarrow\ 5(x-1)+(x+3) = 0$$
$$\Leftrightarrow\ 5x-5+x+3 = 0$$
$$\Leftrightarrow\ 6x-2 = 0 \qquad |+2$$
$$\Leftrightarrow\ 6x = 2 \qquad |:6$$
$$\Leftrightarrow\ x = \frac{2}{6}=\frac{1}{3} \qquad da\ x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{1}{3}\right\}$$

بیلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندي یا مخرج په معنا

$$\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\} \qquad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)$$
$$\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} \qquad |\cdot(x-1)(x+1)$$
$$\Leftrightarrow\ x^2-x+4x+4 = x^2+x$$
$$\Leftrightarrow\ 3x+4 = x \qquad -x$$
$$\Leftrightarrow\ 2x+4 = 0 \qquad |-4$$
$$\Leftrightarrow\ 2x = -4 \qquad |:2$$
$$\Leftrightarrow\ x = -2 \qquad da\ x\in D \Rightarrow L=\{-2\}$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو یا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو یا واړول شو، پای ضرب مو د اصلي مخرج سره دې ته بیایي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} = 0 \quad |\cdot(b-x)(a+b)$$

$$\Leftrightarrow (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2-2bx+b^2 = 0 \quad |-a^2-b^2$$

$$\Leftrightarrow -2bx = -a^2-b^2 \quad |:(-2b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2+b^2}{2b} \quad \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کینه لور په اصلي مخرج راوړل کیږي. دالّه مخرج سره ضرب مو دلته هم دې ته لاړښودوي، چې نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دې ونیول شي، چې ماتکرښنه په نوکانو کې نیول کیږي. که د کسرکرښې یا ماتکرښې مخ ته کمیزه یا منفي مخنښه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلنې وروسته دې اړونده صورت یا ماتباندې په یوه منفي نوک کې کیښوی شي.

د په ښت- یا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندې کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه،   HN اصلي مخرج.

په ځنو حالتونو کیدی شي شمیرنه د د په ښت – یا معکوس ارزښت جوړونې له لارې ساده کړای شي.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2} \quad |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \quad HN=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4} \quad |\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D$$

دا په ځانګړي توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتیران(صلیب) له لارې:

شمیرنه کیدی شي
د Multiplikation über Kreuz
چلیپا یا اتیران ضرب له لارې هم لنده شي.

دلته د لومړي مات یا کسر مخرج(ماتلاندي) د دویم کسر له صورت سره ضربیږي او د دویم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضبربیږي.

مګر دا تیک هلته شونی دی، چې کسرمساوات دا ترخنګ بڼه ولري.

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\;|\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\;|-3x+16$$

$$\Leftrightarrow 17x=22\;|\;17\Leftrightarrow x=\frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

د اتیرا – یا چلیپا ضرب د باوریوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه یا ثبوت: $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}$

ښوونه د یوه ساده ورته بڼیط بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\;|\cdot(x+1)\Leftrightarrow 2=\frac{4(x+1)}{x-2}\;|\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)=4(x+1)\;|:8\Leftrightarrow\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{x+1}{2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}\quad\text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war) څه چې د ښوولو وو

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعريفورشو يا-سټ،

Kehrwertbildung د معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0\,|-\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2}\,|\ \text{Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2}\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2\,|+x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}\ \text{da } x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{2}{3}\right\}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

$$\text{Hauptnenner}: x+3$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3}\,|\cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6\,|-x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6\,|-x \Leftrightarrow 3x+3=-6\,|-3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9\,|:3 \Leftrightarrow x=-3\ \text{da } x\notin D \Rightarrow L=\{\ \}$$

بيلګه:

دا بيلګه په ګوته کوي، چې د تعريفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په رښتيا يوې نتيجې ته بيايي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعريف نه دی.

بيلګه:

Trikچلول ته وايي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick}: \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بینوم دریمي جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\underbrace{\frac{(x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}}_{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}\Big|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ \text{binomische Formel}}=2x-1\Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1\Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

دا مساوات ناپای زیات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرایط د تعریفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتنې

ماتمساوات I

لومړی: تعریفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ ب - $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ پ - $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ ټ - $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ ث - $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ چ - $x+\frac{2x}{x-1}=0$ ح - $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ څ – $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ ځ - $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ ډ - $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ ذ - $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: ايا غوښتنه ټيک ده؟

$$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$$ د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره

دريم: تعريفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښايئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1; a\in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسيستم حل کړئ:

$$I:\ \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II:\ \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$$

شپږم: يوه لارئ $405\ m^3$ بار زخيره ځای ته په x تلنو وړي. يوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتيا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتيا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتيا لري او هره يوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبيعي عدد(عددونه) کيدی شي د صورت ته ورزيات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعريف ورشو او حلورشو يا حلډېرئ يې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې وليکې، چې پرته له دې دا بې تغيره يا تغير نه خوړونکی مساوات $x = -1$ حل ولري.

د کسرمساواتو د تعريفورشو لپاره بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعریف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بیلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعریف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0 \Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري د ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکیږي.

بیلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0\,|+4 \Leftrightarrow 5x=4\,|:5 \Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کیږي.

په دویم کسر یا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج یا ماتلاندي صفر کیږي.

په صلیب یا اتیران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\,|$ د اتیران یا چلیپا یا صلیب له لارې ضرب

$:\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\,|\,-3x+16 \Leftrightarrow 17x=22\,|\,17 \Leftrightarrow x=\frac{22}{17} \Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتنې

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعریفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړې

الف- $\frac{3}{x+4}<0$ **ب -** $\frac{1}{2x}>\frac{1}{3x}-2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2}>\frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4-\frac{3+2x}{1-x}\ge 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5}\ge 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}\le 0$

ج - $\frac{x}{x-1}<1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2}\le 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2}\ge 0$

دویم: کوم طبیعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوي وي؟

دریم: وښایئ: د $ux^3-(4u+1)x^2=0$ حل د $u>0$ لپاره په انټروال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښایئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u > 0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u} > 4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کميز ګڼ يا عدد سره د ضرب له لارې يا د وېش له لارې اړيک نخښه بدليږي يا معکوسه کيږي. که چېرې يو نامساوات د يو عدد سره ضربيږي،نو بايد د حالت توپير وشي. لومړی حالت، که د اووښتونې يا متحولې ارزښت زياتيز وي، دويم حالت که د متحولې ارزښت کميز وي.

بېلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2 > 1 | -2 \Leftrightarrow -x > -1 | \cdot (-1) \Leftrightarrow x < 1$$

$$\frac{1}{x} < 4 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Fall I: $x > 0$

$$\frac{1}{x} < 4 \,|\cdot x \Leftrightarrow 1 < 4x \,|: 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} < x \Leftrightarrow x > \frac{1}{4}$$

Fall II: $x < 0$

$$\frac{1}{x} < 4 \,|\cdot x \Leftrightarrow 1 > 4x \,|: 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} > x \Leftrightarrow x < \frac{1}{4} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \left\{x \,|\, x < 0 \text{ oder } x > \frac{1}{4}\right\}$$

له شرايطو

$$x > 0 \text{ und } x > \frac{1}{4} \Rightarrow x > \frac{1}{4}$$

له شرايطو

$$x < 0 \text{ und } x < \frac{1}{4} \Rightarrow x < 0$$

په پورته کې und د او په معنا دی.

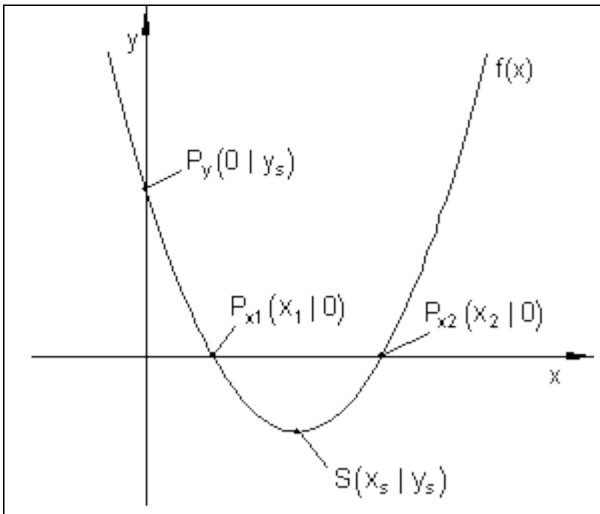
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوښتکي

د محورونو غوښتکي

په څنګ څېره کې د ګراف کتلو کې يوڅو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**	

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**غوڅېکی** $P_y(0 \mid y_2)$ **د x - محور سره غوڅېکي** $P_{x1}(x_1 \mid 0)$ **او** $P_{x2}(x_2 \mid 0)$ **ککرېکی** $S(x_s \mid y_s)$

خیرنبیلګه:

د څیرنبیلګې په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپېرکي لرو.

د **y** -محور سره غوڅېکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کي غوڅوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : f(0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 5)}}$$

په دې حالت کي به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

S(3;4)(ککرټکی یا د رأس ټکی) $f(x) = (x-3)^3 - 4$

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} او P_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردينات صفر دی.

د لپاره شرايط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اينونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بيايي:

د مربع تکميليدوله لارې حل يا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5|0);P_{x2}(1|0)}}$$

تمرينونه :

د مربع تکميليدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د يوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز
پارابول لپاره صفرځايونه او د محوررونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2|-9)$ دویم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}|\frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

یادونه:

یو کس € 120 ګټي، موږ هم وایو چي هغه د€ 120 ارزښت ګټي. یو کس د 120 €جزاپانه تر ګوتو کوي، موږ وایو هغه باید د € 120 د پیسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کي مطلب یا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنیک له مخې ګټه د مثبت(زیاتیز) او جریمه د منفی(کمیز) په معنادی.

د یوه عدد ارزښت یا مطلقه ارزښت د شمیر پوهني له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چي د یوې متحولې ارزښت وشمیرلی شو، نو یو د شمیرلو قانون ته اړ یو.

د شمیرلو قانو:	
$\lvert x\rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بیلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $|x+2|=\sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شمیرني قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\lvert x+2\rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2\ge 0$ وي که $x+2<0$ وي

دا مو د حالت توپیر ته بیایي:

لومړی حالت: که $x+2\ge 0$ وي، نو لاس ته راځي

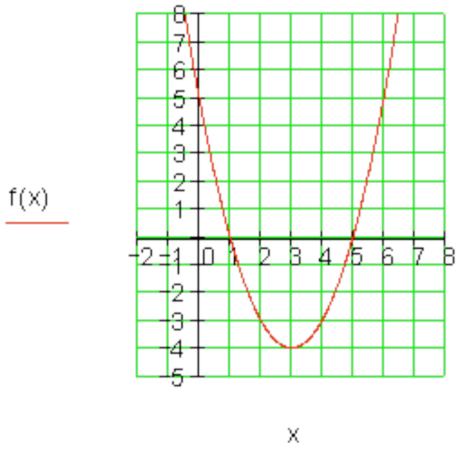
$$x+2=\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1=-2+\sqrt{3}$$

دویم حالت: که $x+2<0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2)=\sqrt{3} \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2=-2-\sqrt{3}$$

حل په لنده بڼه:

$\lvert x+2\rvert=\sqrt{3} \Rightarrow x+2=\pm\sqrt{3}$ د نورو ځیرنو لپاره د بیلګي ګراف کاږو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چي ککرتکی يي په ټکی $S(3 \mid -4)$ راکښل شوی دی. دy محور سره يي عوښتکی $P_y(0 \mid 5)$ دی. دx محور سره يي غوښتکي $P_{x1}(1 \mid 0)$ او $P_{x2}(5 \mid 0)$ دي. د محور سره غوښتکي يي د تابع f(x) صفرځایونه بولو، چخه چي هلته باور لري: $f(1)=0$ او $f(5)=0$	$f(x) := x^2-6x+5$ 

د تعریف او ارزښت سټ(ډېری)

زیات وخت د تابع تلنه په یوه ټاکلي ورشو یا ساحه کي تر څېړني نیول کیږي.

دا مو تعریفډېری او ارزښت ډېری ته لاربنوودوي.

څموږ د بیلګي تابع دي فقط له $x=-1$ تر $x=+6$ دx ارزښتونو په ورشو کي په هلته رامنځ ته کېدونکو تابع ارزښتونو وڅېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعريف سټ(-ډېرى): $D=\{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له $x=-1$ تر $x=6$ پورې

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.

اوس د انتروال پولې $x=-1$ او $x=6$ خيړل کيږي.

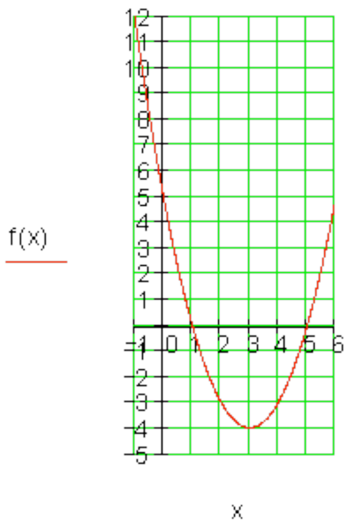
$$f(-1)=(-1)^2-6\cdot(-1)+5=1+6+5=12$$
$$f(6)=6^2-6\cdot 6+5=36-36+5=5$$

له دې سره ارزښت سټ دی:

$$W=\{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

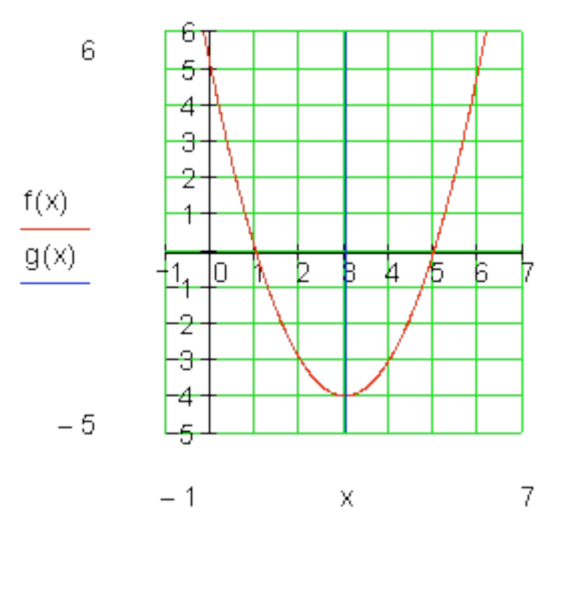
د ارزښت ډېرئ يا -سټ تل د تعريف سټ له لارې ورکول کيږی.

د نورې خيړنې لپاره ځموږ د بيلګې تاب ګراف ترخيړنې لاندې نيسو.

دا ترڅنګ خيره ټيک د تابع ګراف برخه ښايي، چې د تعريفسټ سره د مخه ورړ شوی ده. $D=\{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ $W=\{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$	$f(x) := x^2-6x+5$ 

د سيومتري خيړنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا څیره شوی پارابول نسبت و محوروںو ته سیومتریک دی، چې د y محور سره غبرګ د ککرتکي ځخه تیرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سیومتري محور مساوات چې د $S(x_s | y_s)$ ککرتکي ځخه تېر یږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځایونه هم سیومتري محور ته سیومتریک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځایونو ځخه د ککرئ ټکي x ارزښتونه شمیرل کیدی شي.

له صفرځایونو ځخه د ککرئټکي شمیرنه

صفرځایونه : x1;x2 ځرګندي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s | f(x_s))$$

زموږ د بیلګي لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 | f(3))$$

که د مربع تابع صفرځایونه معلوم وي، نو د دې اریتمیتیکي منځ د ککرئ ټکي د x کواوردینات دی.

د **_p - q-** فرمول پیداکونه

د یوه مربع تابع د صفرځایونو پیداکولو امکانات د مربع تکمیلیدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نیسي. د دې لپاره یو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبنې ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميلیدني له لارې.

$$\Leftrightarrow x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \Leftrightarrow \quad x + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \qquad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

د ريښي لاندې افاده(وييڼه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

$$\text{Diskriminante} = D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

دېسکريمينات =

د p-q -فرمول:

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

زموږ د بیلګي تابع صفرځایونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشمیرل شي.

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6;\ q = 5$$

لومړی دې دېسکريمينات وشمیرل شي:

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 5 = 9 - 5 = 4$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{4} \Rightarrow x_1 = 3 + 2 = 5 \vee x_2 = 3 - 2 = 1$$

دېسکريمينانت او د حلونو ستڼ

مربع مساوات تل حلوڼ نه دي.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6\ ;\ q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow I$$

:

حل نه لري.

که دېسکریمینات منفی(کمیزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوڼ نه دي، ځکه چې ریښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعریف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط یو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6\ ;\ q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط یو حل.

ټولګه:

دېسکریمینانت D د یوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

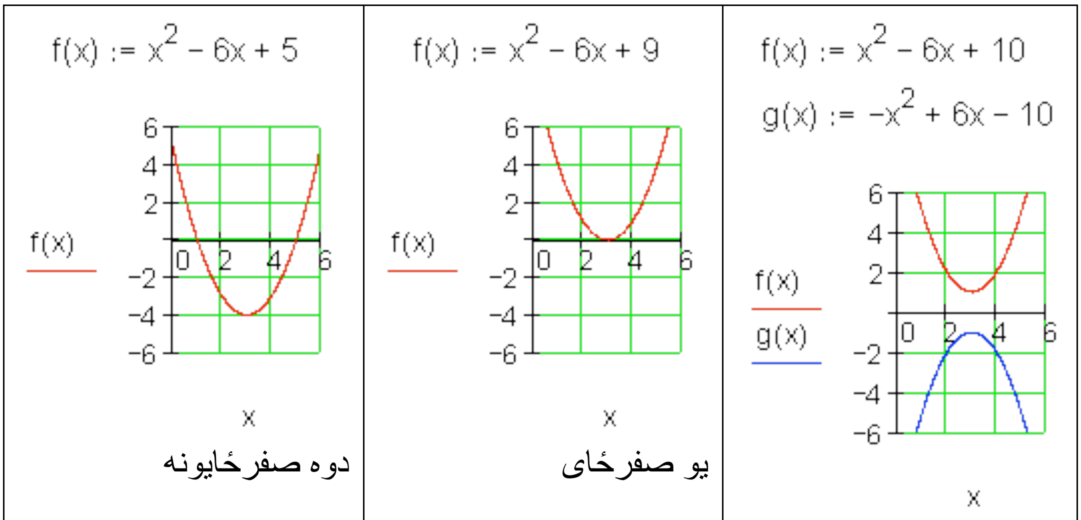
د دوه حلونو دېری(سټ)	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1\ ;\ x_2\}$
د یوه حل سټ	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$
د حلونو سټ نه شته	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو ستې باندې څه معنا لري؟
زموږ په بيلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هيڅ او فقط يوه حل سره.

موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.



دوه صفرځايونه | يو صفرځای | حل نه شته

که دوه صفرځايونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د يوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کي لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ويتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ويتا د ريښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سيده شميرنې له لارې صورت نيسي:

x1 او x2 سره ضرب کړی	x1 او x2 سره جمعه کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$	$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\ (w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\ (w)$$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$:: x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدئ

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1 x - x_2 x + x_1 x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښیز ضریبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو مربع مساوات چې صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کربنيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

جمله:

د صفرضرب جمله:

يو ضرب تيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.

دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:

يو مربع مساوات دې د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$$x_1 = -2\,;\, x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

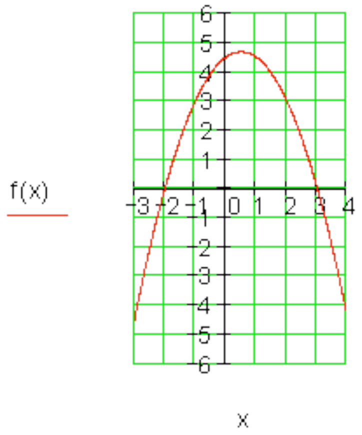
$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}\middle|\frac{75}{16}\right)$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بيلګه

د صفرځايونو ټاکلو لپاره د مربع تکميليدني له لارې مفصله بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په تولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدنې له لارې حل شي.

په نورمال بڼه راوړل	$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$
نورمالمربع مساوات	$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$
مربع تکمیلونه	$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

رېښه وېستنه یا رېښه نیونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$
دویم حالت	$x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځایونه: $\boxed{x_1 = 2}$ همداسې $\boxed{x_2 = -6}$

د x محور سره غوځتکی: $\boxed{P_{x1}(2 \mid 0)}$ همداسې $\boxed{P_{x2}(-6 \mid 0)}$

دy محور سره غوځتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \boxed{P_y(0 \mid 6)}$$

پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرایط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځایونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم – د f(x) او g(x) برعكس ځايونه د x په واكوالي (تابعيت) كې و څېړئ، كه باور ولري:

$$g(x) = ax^2 - a\,;\, x \in \mathbb{R}\,;\, a \in \mathbb{R}^*$$ او $$f(x) = -x^2 + 1\,;\, x \in \mathbb{R}$$

دريم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه وركړ شوي دي:

$$g(x) = 0{,}5x(x+3)\,;\, x \in \mathbb{R}$$ او $$f(x) = -x^2 - 3x\,;\, x \in \mathbb{R}$$

الف – په كواوردينات – يا پروتولاړ سيستم كې د f(x) او g(x) ګرافونه و كاږئ. بې له شميرنې دليل روا ړئ، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ككره (رأس) دی.

د g(x) ككره وركړئ.

ب – كرښه د x=u سره د 0> u >3- لپاره f(x) په ټكي P او g(x) په ټكي Q كې غوڅوي.

د P او Q كواوردیناتونه و ټاكئ.

پ – د PQ بنده كرښه د يوه مستطيل يا ولاړګوډيز يو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو كې دننه ده. د مستطيل منځ يا سطحه د 1- = u لپاره او چاپيريال U د u په واكوالي كې وټاكئ.

ت – پارابول د y په لور داسې و كښوئ، چې دا راكښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس كړي. د لمسټكي كواوردينات وشميرئ.

ټ - a داسې وټاكئ چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – يو مربع تابع f(x) وركړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a داسي وټاکئ، چې پارابول $g(x)$ د $f(x)$ ګراف لمس کړي.

پنځم – وښايئ، چې دa داسي ارزښت نه شته، چې د $f(x)$ ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – یو پارابول د تابع مساوات $f(x)$ سره په $S(0|6)$ کې یوه ککره لري او د x محور په ټکي $P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$ کې غوځوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

اوم – د ویمي درجي ټول کسري (راشنل) تابع $f(x)$کواوردینات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0);\, P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|\,-k)$ کې غوځوي.

د$f(x)$ تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضریبونه $a1$ او$a2$ داسي پیدا کړئ، چې تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځایونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

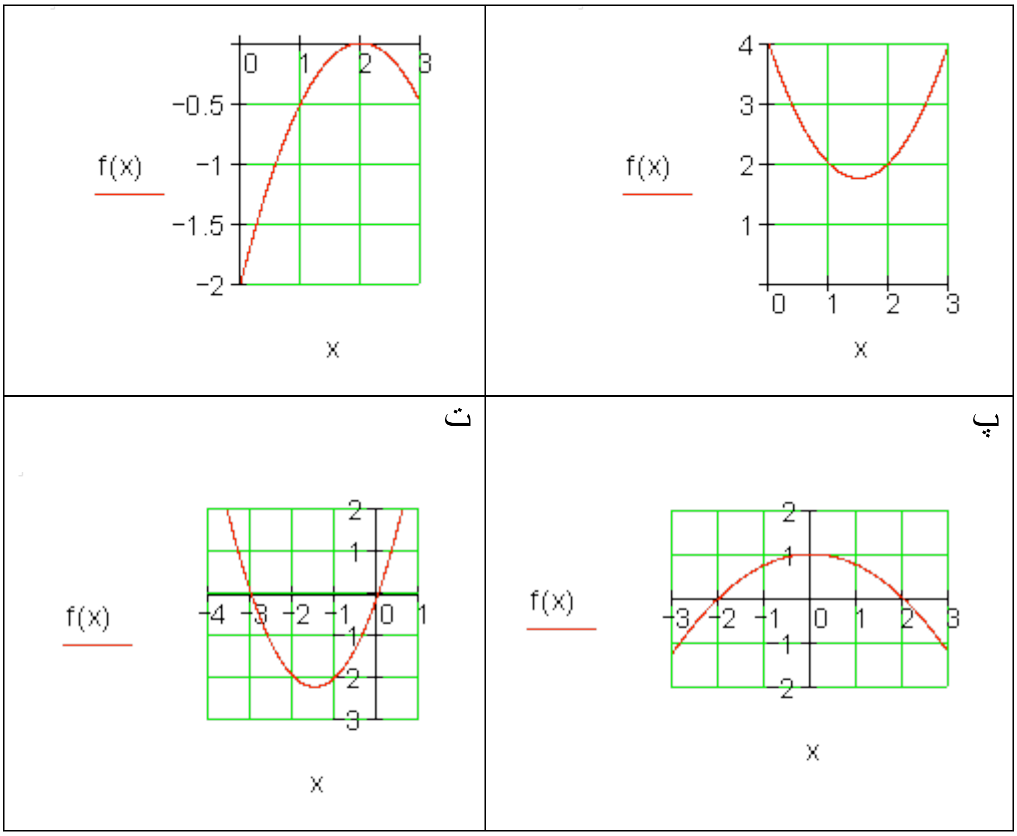
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړئ- د څېړنو څخه د تابع مساوات و ټاکئ..

الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم – د يوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ كراف د x محور په $x=-3$كې غوڅوي. د تابع ترم وټاكى.

دريم - يو مربع مساوات صفرځايونه -2 او 3 لري او خورا كوچني تابع ارزښت -1 لري. f(x) وټاكى.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو a_1 او a_0 په هكله كومې وينا وي (د رياضي منطق وكورى) كېدى شي؟

الف – f(x)يو صفرځاى 0 = x لري.

ب – د f(x) صفرځايونه په مخنښه كې يو له بل توپير لري.

پنځم – د يوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له اړخه

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1,5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوڅټکی نه لري.

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2 - 1,5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی یا همداسې خورا کوچنې ارزښتونه وټاکۍ.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري لیکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دویم:</u>

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې   انګرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل   دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپیني خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

.يادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شينواري د ،،د افغانستان روغي او بيا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،ميرې،، شينواري ليکنې او ژباړې چې په چاپيدو يې پيل کيږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برينکمن ليکنې چې له پرينکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شميرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دويم ټوک

۳ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دريم ټوک

۴ - د احتمالوالي شميرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصايه يا ستاتيستيک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – اناليزی ۱

۷ – اناليزې ۲

۸ – کرښيز الجبر

۹ - د شميرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner گڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره گټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې گډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیگرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انگریزې پښتو او عربي + درې ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میړي شینواری د اروابشادي پستو او اروابشاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کي د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکي میني د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میړي په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی.

ده د میرمن ښاپیرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمې همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلي.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library