Set theory ډېرې پوهنه یا

Ketabton.com

لیکونکی : ډاکتر ماخان (میرزی) شینواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلوي ښښتن په نامه

په دې هیله، چې په دې لیکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

smakhan1946@gmail.com

کتاب پېژندنه

د کتاب نوم: ډېرۍ پوهنه

لیکونکی: ډاکتر ماخان،، میرۍ،، شینواری

د خپریدو لړۍ

خپرندوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولته

جرمني

چاپ کال ۲۰۱۲

چاپ چارې

دانش خپرندویې ټولنې تخنیکي څانګه

WWW.danishpress.com

د چاپ حقوق خپرندوي ټولنې لیکونکي یا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شمیرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

ذ اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کته ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکونکي مننه

د هر څه له مخه د هغو ليکونکو پروفيسرانو څخه زياته مننه، چې د ليکنو څخه يې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د ليکنو د ژباړې په هيڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې يوازې په يوه د پوهنې توانمندۍ ، مګر وروسته پاتې ژبې ويونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفيسرانو له خوا په پوهنيزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمني، د غړو، مرستندويانو او په تيره بيا د مشر تابه څخه زياته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه يې د دې ليکنو زياته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کليوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زياته مننه کوم:

د ښاغلي ډيپلوم انجنير ريحان الدين حساس، ښاغلي ډيپلوم انجنير محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترماڼوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بيان، ښاغلي ډيپلوم انجنيرمحمد ايوب بيان، همداسې زما د ملګري اروابښاد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډيپلوم انجنير او ډيپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر ځانګې شينواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسين شينواري.

بيا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي ښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

نه د ټول په پای کې زما له ميرمن ښاپرۍ څخه ډېره زياته مننه، چې زما د ليکنو- نه دا چې مخه يې نه ده نيولې- پوره ملاتړ کړي.

په مننه : ستاسو ماخان شينواری

جرمني د بن ښار

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۰۱۲ ز ک

نیولیک

د لیکونکي سریزه
ډیرئ پوهنه ۱
سټ او د سټ توکی ۲
د ډیریو ترمنځ اړیکې ۶
برخه سټ ۸
د برابرونونو او خوندې ساتنو خویونه ۱۰
ټولنډیرئ یا سټ اتحا د ۱۲
غوڅډیرئ ۱۴
د یوې ډیرئ کمپلمنت یا پوره کوونکی ۱۹
څیرونه mapping یا اړیکې: ۱۹
نښلونه ۱ ۲۹
ترڼه ۲ : ۳۸
د ډیریو ترمنځ اړیکي ۳۸
ترڼه ۳ : ۵۷

سریزه

ګرانو لوستونکو!

(c) ketabton.com: The Digital Library

که تاسو د نړۍ د شمیرپوهنې بنسټیز کتابونه ګورئ، نو وبه وینئ، چې د شمیرپوهنې سم - اند تر څنګ ډېرئ پوهنه یا سټ تیوري د کتابونو په لومړئ برخه کې ځای نیولی او وبه ګورو ، چې شمیرپوهنه کې د ډېرئ پوهنې رول غوره دي، چې بې له ډېرئ پوهنې شمیرپوهنه ناشونې ده.

ما دا کتاب د اړتیا څخه زیات غزولی او پوهیږم، چې دا زما له کتابونو پرته یو چاپ ما لیدلی، خو متآسفانه، چې ما نه دی لوستلی، دا په دې معنا چې لاس ته مې نه دی راغلی.

دا موضوع تکرار لري، خوپه بل ډول، چې ګټور به وي او نه ستړی کیدونکي . وایي، چې دوه واره ګنډنه کلکه وي.

دلته هم موږ د عربي داسې کلمو سره ګیر یو، چې په شمیرپوهنه کې یې کاروو، مګر په معنا یې نه پوهیږو او نه پوهیږو، چې دا عربي به یې ټیک او که ناټیک وي.

پښتو نوموه ونې یې ډېرې ښې ساده او – دا چې خپله ژبه مو ده- زر پوهوږ دي.

له پښتو مه داریږئ، خپله ژبه مو ده او هرڅه په خپله ژبه ساده او زر پوهوږ وي.

ما دا نوموني له خپله ځانه نه دي ټاکلي بلکه په ژبه کې مو له شته رانیولي، چې همغه ترې پوهیدنه په ښه توګه روښانه کوي، غوره تعریف دی، چې باید ټیک وي.

ډېرئ د ډېر یا ډېری سره توپیر لري، چې زیات ورته هم وایو او باید د ډېر سره بدله نه شي، دا به د ډېرئ له پیژند څخه جوته شي.

دلته به هم تکرار کړم، چې ما په یوه وار ډېر کار رامخ ته کړي، دا همغه د وږي خبره ده، چې څومره د خوړلو زور وي له هغې سړی زیات راخلي، نو هرو مرو به ناټیکاوي په کې وي، خو دا به مو د شمیرپوهنې په اړخ کې د ستونځو سره مخ نه کړي.

ستاسو ماخان شینواری.

۲۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ ۰ ډيرى پوهنه Die Mengenlehre, the set theory

ست تيوري (ډيرى پوهني) بايد خپل ځاي په شميرپوهنه او همدا ډول په نورو پيداينتي- يا طبيعى پوهنو كې نيولي وي، نو له دې امله د لنډ تير وخت را په دې خوا په پرمختللو هيوادونو او اوس هم په افغانستان كې د ښوونځيو په ليكلوست كې پيل شوه، ځكه چې بې له ډيرىپوهني شميرپوهنه بې مفهومه ده او ناشوني۰ دا به له دې ليكني څخه همدا اوس ځرګنده شي، چې پيداينتي يا طبيعي ګڼونه يا - اعداد او هرڅه د ګڼونو په څيره كې ، چې موږ ته ځرګند وي هغه ټولي فقط ډيرى يا ست دي او بل څه نه دي۰

ډيرىپوهني په پرمختللو هيوادونو كې هم په خپلو لومړنيو وختونو كې د ميندو او پلرونو لپاره ستونځې پيدا كړي، ځكه، چې دوي د ډيرىپوهني سره بلد نه وو او د خپلو كوچنيانو سره يې مرسته نه شوه كولى۰

د ډيرى كلمه له ګڼونو يا اعدادو پخوانى ده، كه څه هم پخوا انسانانو په خپله خوښه، لكه اوس ، نه ښوولە ۰

په تراوس ورسره بلد ډول هم ډيرى پيژندل كيږي، لكه د ښوونځى نجوني او هلكان، يا په يوه ټولګى كې ميزونه او چوكى، يا لكه هغه نيزوړي، چې نيز راوړي او د سپين په پټي كې يې ډيرى ډيرى اچولي يا د هسكې مينې د ښوونځې په لسم ټولګى كې د زده كوونكو، كتابونو، كتابچو پنسلونو، ځوكيو او ميزونو ډيرى يا ست۰

موږ په افغانستان كې هم د ډيرى يا ست له كليمې سره اوس بلد شوي يو كه څه هم د بيلو بيلو پرديو نومونو لاندي، چې زما په اند به زده كوونكو او ښوونكو ته يواځې ذهني غوره والي لري، زه غواړم، چې د ډيرى ځو مختلف پيژندونه يا تعريفونه وركړم، چې ښه مو ورته پام راوګرځي، دا له دې امله هم، چې د ډيرىپوهني غوره والى ته مو نور هم پام راوګرځي۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیرئ پوهنه د شمیرپوهنې سته جوړوي او د شمیرپوهنې ټولې څانګې په ډیری پوهنه ودانې دي۰ نن شمیرپوهنه بې له ډیری پوهنې داسې وده نه شي کولی او سته يې وزي۰

پیژند ۲ ۰ ۱

د الماني شمیرپوه کانتور(George Cantor 1845 – 1918) پیژند:

زموږ د فکر او لید څرګند ټاکلو ، ټيک یو له بل توپیرکیدونکو شیانو ټولګې

(یوځایټولولو یا مجموعې) ته سټ (ډیری) وايي او هر شي ته، چې ډیری يې جوړه کړې یا سټ (ډیری) ترې جوړه شوې وي، د سټ (ډیری) توکی وايي.

په پورته کې ټيک یو له بل توپیرېدونکي په دې معنادی، چې د ډېرئ یا سټ توکي یو د بل سره توپیر لري او هیڅ توکی دویم وار په کې په تکرار نه شته.

(ست او د سټ توکی Set and elements of set)

بیلګه :

عددونه (ګڼونه) ، نومونه، او توري کیدی شي د ډیریو بیلګو په توګه راوړل شي۰

ګورو، چې د ډیری کلمه په شمیرپوهنه کې بل ډول ده لکه په ولسي ژبه کې، چې دلته ډیری د څنو شیانو زیات یوځای کول موخه ده، د ځانګړو شرایطو لاندې.

په شمیرپوهنه کې ډیری په لویو لاتین تورو لیکل کیږي لکه ..A,B او یا M,N, ...X,Y, د ډیریو توکي د لاتین په کوچنیو تورو لیکل کیږي، لکه ...a,b,c او...m,n,x,v,

د دې لپاره، چې وپوهیږو، چې ایا توکی a د ډیری A توکی دی که نه نو لیکو: $a \in A$

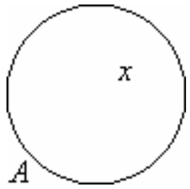
په پورته کې توکی a د ډیری A توکی دی

$a \notin A$ دلته a د ډیری A توکی نه دی

دا پورته لینکدود له بنی وکین لور ته هم لیکلی شو، چې پرلپسی لړی يې ساتلې پاتې

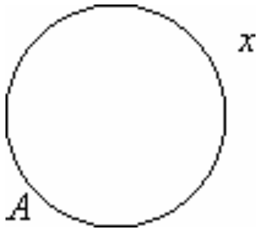
(c) ketabton.com: The Digital Library

شي٠ زه يې په ښټ ليکنو سره ليکنيزې ستونځې لرم٠دا لاندې يې دياګرام دی، خو توکي يې بل ډول ليکل شوي دي، چې ګرانو ستونکو ته به د پوهيدلو ستونځ پيدا نه کړي



$A \in x$

(x د A توکی دی)



$A \notin x$

(x د A توکی نه دی)

ډيری A دي له a,b,c,d,e,f,g,h, توکو جوړه وي، چې په لاندې توګه يې ليکو

A = { a,b,c,d,e,f,g,h}

ګورو، چې { } د ډيری نخښه ده

يادونه : دا د ډيری کلمه موږ په افغانستان کې سټ set بولو ، چې انګريزي ده، په فارسي کې يې مجموعه بولي، چې ډيری د شيانو مجموعه يا ټولګه ده او په الماني کې ورته مينګې Die Mengeوايي٠ هغه بنسټيزه خبره يې په پيژند يا تعريف کې ده، که موږ يې هرڅنګه وبولو، خو د يو بل څخه کره توپيرکيدونکو شيانو ټولګې ته ٠٠٠ وايو. د ټکو پر ځاي ، چې هر څه ليکې، خو موږ ګورو، چې په پښتو يې هغۀ مناسبه نوموه ونه ډيری ده، دا د کوټې کوټې څخه يا راپنډ او داسې نورو څخه ماته ښه ښکاريږي او زموږ ولس د دې نامه سره بلد دی، چې په پوهنه او لا نور ښه په شميرپوهنه کې بايد وکارول شي٠ زه بيا په دې ټينګار کوم، چې دا خپل ، چې ما ټاکلی يا بل څوک يې که بل ډول بولی د انګريزي يا الماني يا بل پردي نوم څخه ښه او پوهوړ دی٠ د سټ مانا که په ډکشنري کې وګوری ،نو پوه به شو، چې له دې نوم څخه مو خپل د پښتو نوم ښه او مناسب دی. ګورووچې دا نوم اوس ژورنالستان هم زيات کاروي او وايي، چې ډيری يا ډيری خلکو.... وکتل.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ګون(لکه دوه ګون، درېګون ۰۰۰) او د ډیرۍ ترمنځ توپیر:

سوچه له دباندې ځخه کړی شو، چې -ګون له ډیرۍ داسې توپیر کړو، چې ډیرۍ په راتاو یا مارپیچ نوکانو کې رابندوو او ګون په ګردو نوکانو کې ۰ مګر عیني (لیدوړ) یا شي ډوله توپیر یې هم شته:

۱ – په ګون کې د شیانو اینود ځاي غوره دی او په ډیرۍ کې بیا دا رول نه لري:

$\{a,b\} = \{b,a\}$ مګر $(a,b) \neq (b,a)$

۲ – په -ګون کې کیدی شي، چې یوه یا زیاتي کمپوننتي سره برابري وي، د ډیرۍ په لیکنه کې کوم توکی دویم وار یا ډبل منځ ته شي راتلی۰ افاده (a,a) موخه وره ده مګر افاده $\{a,a\}$ بې موخې ده

بیلګه ۲ ۰ ۱

الف) M_1 (لوستل Mاینډکس ۱) دا به په لاندې نخښونه کې روښانه شي پام دې وي، چې index(indeces) اینډکس پیژند نخښې ته وايي) دې د لومړنیو اعدادو سټ وي، نو باور لري: $7 \in M_1, 8 \notin M_1$

ب) M_2 دې د لاندې برابرونونو یا مساواتو د اوبیونو(حلونو) ډیرۍ وي

$$(x+1)(x-2) = 0$$

نو باور لري $-1 \in M_2, 2 \in M_2, 1 \notin M_2$

بیلګه ۲ ۰ ۲ :

الف) د برابرون $(x+1)(x-2) = 0$ داوبیونې - یا حل ډیرۍ M_2 ده

$M_2 = \{-1, 2\}$

ب) د جوړه (جفت) ګڼونو ډیرۍ M_3 ده $M_3 = \{0, 2, -2, 4, -4, ...\}$

سټ لکه، چې ومو ویل د توکو د خویونو له لارې هم ځرګندیدی شي یا ورکول کیدی شي۰

M = { x | x خوویونو ۰۰۰ سره}

(c) ketabton.com: The Digital Library

(لوستل: M د ټولو x ډيرى ده له خويونو ۰۰۰۰۰ سره)

بيلګه ۲ ۰ ۳

الف)   { هلته ، چي x يو لومړنى عدد دى| M = { x

b)   M = { x | (x+1)(x-2) = 0 }

$c)..........M=\{x \mid x\in R, 0\le x\le 1\}$

تشست (-ډيرى): سټ چي كوم توكى ونه لري تشست يا خاليسټ بلل كيږي او داسى يې ليكو:

{}= Ø   يا θ

دا دې د يوه سټ سره، چي يواځى له صفر څخه جوړه ده، نه بدليږي ياني

{}= Ø   ≠ {0}

بيلګه ۲ ۰ ٤

$$\{x \mid x\in Z, x^2+x-\frac{3}{4}=0\}=\theta$$

ځكه، چي د برابرون يا مساوات $x^2+x-3/4 = 0$ د حل سټ

$\{x|x^2+x-/4= 0\} = \{ 1 / 2 , -3/2\}$

كوم ټولعدد خوندي نه لري۰

د ټولعددونو پيژند ته دې پام وي، چي د راشنلګڼونو برخسټ ده۰ د ريمه برخه دې وكتل شي۰

بيلګه ۲ ۰ ٥ : د ز ۰ كال د دويم نيمايي كال سټ په Ju , aug sep , ok,no, de سره ښايو او دا داسي ليكو: A= { jul,aug,sep.ok,no,de}

نو داسي لرو يا نوره هم ښه داسى ليكلى شو: $jul\in A, jun\notin A$

دا په دې مانا، چي جولاى د A توكى دى او جون د A توكى نه دى

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلگه ۲ ۰ ٦ : ټول منديزي، چې نن مازيګر لمانځه ته د غارخلي لمنځتون ته راغلي۰

بیلگه ۲ ۰ ۷ : هغه ميرې ، غواوې او وزې، چې نن په نخاس کې خرڅې شوې

بیلگه ۲ ۰ ۸ : د ټولو هغه عددونو سټ M، چې ۳۰ ويشي ياني

۱ ، ۲ ، ۳ ، ۵ ، ٦ ، ۱۰ ، ۱۵ ، ۳۰

او داسې يې ليکو : M = { 1,2,3,5,6,10,15,30}

دا سټ پاي سټ ده او داسې وايو، چې سټ M د ټولو هغو توکو x - لکه پورته - جوړه شوې، چې ۳۰ ويشي او داسې يې ليکو:

M ={ x | x د ۳۰ پرويشونی(مقسوم عليه) عدد}

د ټولو طبيعي عددونو سټ N ټاکو او داسې يې ليکو:

N = { 1,2,3,4....}

دا نه پای لرونکی يا لايتناهي ډيرۍ ده ، چې په لاندې ډول يې نخښه ده يا په لاندې ډول په نخښه کيږي: ∞

ګورو، چې په شميرپوهنه کی موږ پر پای ګڼونو برسيره ناپای ګڼونو سره هم مخامخ يو۰

د ډيريو ترمنځ اړيکې relation between sets

د ډيريو ترمنځ غوره اړيکی د برابروالی او خونديونې يا خوندي لرنې (مساويوالی او يو په بل کې ځاي لرلو) اړيکې دي۰

د يوې ډيرۍ زور يا توان:
داسې په نامه توان (يا کاردينال ګڼ) وايې، چې يوه ډيرۍ څو توکي لري،د بيلګي په توګه لويې وچې شپږ دي ياني د لويو وچو کاردينال ګڼ ٦ دی۰
د دوه ډيريو برابر توان يا برابر زور: دوه ډيرۍبرابرزوريزې دي، که د توکو ګڼون يا تعداد يې برابر وي۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه ډيريو « برابرزوروالي» يو بل پيژند هم شته، چي دا اوس نه څيړو، ځکه چي د دې لپاره مخکينۍپوهنه نه لرو، خو پيژند يې لنډ يادوو:
دوه ډيرۍ همغه – يا برابرزورريزۍ دي، کۀ د دې ډيريو د توکو ترمنځ بيجکتيوه څيړونه شته وي٠ (دا په فنکشنونو کي بيا راځي)
يا

پيژند ٢ ٠ ٢ دوه ستونه M_1 او M_2 يو د بل سره برابرې دي، ياني $M_1 = M_2$

که چيرې د سټ M_1 هر توکی د سټ M_2 توکی هم وي او برعکس (پر ځټ) هر د M_2 توکی د M_1 توکی هم وي٠

برابر ستونه برابر توکي هم لري

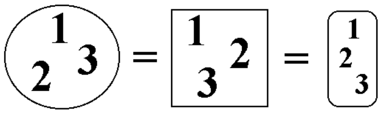
د بيلګی په توکه

$$M_1 = \{x \mid (x+1)(x-2)(x+3) = 0\}$$
$$M_2 = \{-1, 2, -3\}$$
$$\Leftrightarrow M_1 = M_2$$

ګورو، چي M_1 د M_2 سره برابر دئ

د ون دياګرام انځورونه

تر مخ پاملرنه: ډيرۍ په بل ډول ياني د ون دياګرام له مخېهم انځوريدلی شي، چي کله کله د اويلر دياګرام هم بلل کيږي
Venn-Diagramm د ون-دياګرام:
د ډيرۍ M={1, 2, 3} د ون- دياګرام دالاندېدی



څه غواړو:
تراوسه مو د ډيرۍ دوه ډوله انځورونه زده کړه: ګننيزه انځورونه او د ون-دياګرام له لارې٠ دريم ډول انځورونه يې داسي په نامه « شننيزه يا تشريحي انځورونه» ده٠
رانيونکي بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

« شننیزه انځورونه» یې د یوې بیلګي له لارې روښانه کوو یا تشریح کوو:

A={x ∈N |

x>0 او /\ x<4}

لومړی راوړو N ∈ x

دا افاده یا وینه دا مانا لري، چې ډیری A د ټولو هغو توکوx څخه جوړه ده، چې په ډیری N پورې هم اړه ولري· داسې لوستل کیږي:

«x دN توکی دی» یا لنډ « د توکی »

اوس دا افاده راوړو:

x>0 | او x<4 دا ولاړه کرښه | لوستل کیږي « دکوم لپاره، چې باور لري· په دې ولاړه کرښه پسې کره روښاینیږي، چې ډیری A له کومو توکو څخه جوړه ده

په راټول ډول زموږ بیلګه داسې لولو "

$$A = \{x \mid x \in N 0 < x \wedge x < 4\}$$

یادونه : په پورته کې ∧ د او په مانا دی.

ډیری A د N له توکو x جوړه ده، چې x له صفر لوي او له ٤ کوچنی دی

یانې ډیری له ټولو توکو A={1,2,3} جوړه ده

په نخښه ونه:

موږ همدا اوس زده کړل

دا نخښه ∈ : توکی دی له :

د دې مخامخ، چې له توکی نه دی ده: ∉

برخه سټ (برخډیری) sub set

پیژند : یو سټ M_1 د سټ M_2 برخه سټ (لاندې سټ، خوندي سټ) بلل کیږي یا M_1 په M_2 کې ځای ده یا نوره هم ښه M_1 په M_2 کې خوندي دی، لیکندود یا لیکندول:

$M_1 \subseteq M_2$ که د سټ M_1 هر توګی د سټ M_2 توکی هم وي·

کیدی شي، چې M_1 د M_2 سره برابر هم وي، که برابرون نا شوني وي نو بیا د اصلي برخه سټ څخه غږیږو·

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند ۲ ۰ ٤ :

یو سټ M_1 د M_2 اصلي برخه سټ دی او داسې یې لیکو: $M_1 \subset M_2$

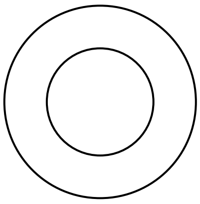
که $M_1 \subseteq M_2$ باور ولري او کم له کمه د M_2 یو توکی د M_1 توکی نه وي۰

بیلګې:

الف) که ولرو $M_1 = \{-1,1\}, M_2 = \{-1,0,1\}$ نو M_1 په M_2 کې اصلی خوندي دی

ب) د ټولو څلوریو (مربعو) ډیری د ټولوڅلورګوډیو(څلور اضلاعو) اصلي برخډیری ده۰

پ) څیره ۱ ۰ ۱ په هواره یا سطحه کې ټکوډیری ښایي، د کومو لپاره چې باور لري، که M یو M_1 او M_2 ټکو ډیری وي $M_1 \subset M_2$



که په پورته څیره کې وګورو، نو یوه ګردی(دایره) M_1 په بله لویه M_2 دایره کې خوندي ده۰

تش سټ په هر سټ کې خوندي دی۰ هر سټ په خپل ځان کې د نااصلي برخه سټ په څیر خوندي دی۰

یا دا پیژند :

B⊆A که باور ولري : x∈B ⇒x∈A

بیلګه:

B⊆A A={1,2,3,4,5} B={3,4,5}

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند : هغه سټ، چې هيڅ توکی ونه لري تشدېری بلل کيږي او داسې يې ليکو:
M=θ={}

يادونه : پام دې وي، چې صفر ډېری او تشډېری سره بدلې نه شي ياني لاندې ته دې پام وي:

$$\{\} = \theta \neq \{0\}$$

پيژند ۲ ۰ ٦ :

د يو ه سټ M د ټولو برخه سټونو سټ پوتنځ سټ يا په توان سټ بلل کيږي او داسې

يې ليکو:(P(M په توان سټ توکي لري، چې هر يو يې بيا خپله سټ دی۰

بيلګه : د {M = { a,b.c ډېری دا لاندې په توانډېری لري

P(M) = { {a},{b},{c},{a,b},{a,c},{b,c},{a,b,c}}

هره ډېری چې د توکو څخه جوړه وي هغه ټيک n جګ 2n توکی لري ياني : n^{2n}

دا پورته د جملې په څير د پوره ايندکشن له لارې اوبی (حل-) کيدی شي(لومړی برخه دې وکتل شي)۰ دا دنده د ګرانو لوستونکو د خوښې کار دی، که کوي يې۰

پيژند ۲ ۰ ۷ : د سټM زور يا توان |M| لاندې د سټ د توکو تعداد پوهيږو۰ که دوه ډېری M اوN همغه توان يا زور ولري هغه ته يوزوريزه – يا برابرزوريزه سټونه وايو او داسې يې ليکو: |M| = |N|

د برابرونونو او خوندې ساتنو خويونه

الف) رفلکسيو- يا هنداروني‌زې اړيکيreflexivity

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه اړيکي، چې د هغه او د هغه دخپل ځان ترمنځ ريښتوني ويناوې ورکړ شوې وي
رفليکسيو اړيکي بلل کيږي لکه: $M = M, M \subseteq M$

خوندي لرل اړيکي رفلکسيو نه دي $M \not\subset M$

دا په دې مانا، چې هيڅ ډيرى د خپل ځان اصلي برخديرى نه شي کيدى.

ب) سيومتريکي اړيکي Symetric relation

هغه اړيکي سيومتريک بلل کيږي، چې د شيانو ترمنځ چې کارول کيږي يا
استعماليږي يو له بل سره بدليدلى شي.

لکه $M_1 = M_2 \Leftrightarrow M_2 = M_1$

خوندي لرل سيومتريکي اړيکي نه دي:

که وي $M_1 \subseteq M_2$ نو اړيکى $M_2 \subset M_1$ نارښتيا يا ناتيک دي

دا هلته چې وي: $M_1 \neq M_2$

پ) ترانزيتيويتي Transitivity

ترانزيتيويتي هغه اړيکي دي، چې له يوه نه وبل ته يې د ورلو امکان شته وي.

له L = M او M = N څخه لاس ته راځي L = N

او

$$M_1 \subseteq M_2 \wedge M_2 \subseteq M_3 \Rightarrow M_1 \subseteq M_3$$

پورته داسې لولو: که M_1 د M_2 برخديرى او M_2 د M دريې برخديرى وي، نوله
دې څخه لاس ته راځى، چې M_1 د M_3 برخه ست دى.

برابرونونه او په بل کې ځايه ونه يا خوندي ساتنه ترانزيتيو اړيکي يا خويونه دي

په ستونو يا ډيريو کې کاروني يا عمليې

(c) ketabton.com: The Digital Library

تولنډيرى يا سټ اتحا د:

پيژند۲ ۰ ۸ :

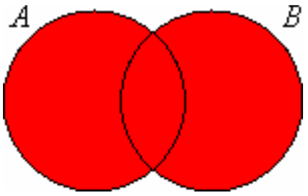
د دوه ډيريو M_1 او M_2 د اتحاد سټ يا تولنډيرى (union)، چې د ډيريو ټولنه ورته وايو ده:

$$M = M_1 \cup M_2$$

دلته داسى پوهيږو، چې M د ټولو هغو توکو څخه جوړه شوي ډيرىده، چۀ کم له کمه د M_1 او M_2 توکي هم خوندي ولري٠

د ټولني $M = M_1 \cup M_2$ هر توکى د M_1 يا M_2 توکى هم دى (پرتله ۱ ــمه برخه د يا سره پرتله) ياني دا د ټولنډيرى توکى د M_1 يا M_2 او يا د دواړو توکي دي٠

يا لاندې دياګرام



A ? B

$A \cup B$ (B ټولنه A)
x) د A سره B اړيکي لري

يا دا لاندپيژند:

پيژند (ټولنډيرى)
د دوه ډيريو A او B يوه تولنډيرى (ټولنه)، د ټولو هغو توکو جوړه ده، چې يا د A توکي وي يا د B توکي وي٠

ليکندود

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A \bigcup B = \{x \mid x \in A \vee (or) x \in B\}$$

لوستل:
د A ټولنه B د ټولو x توکو ډیری ده، چې x یا د A توکی وي او یا د B توکی

بیلګی

الف) M_1 دې د ځوانانو سټ وي، چې بکلوریا لري او M_2 دې د هغو ځوانانوسټ وي، چې مسلکي شهادتنامې لري، نو $M = M_1 \cup M_2$ د ټولو هغو ځوانانو سټ دی، چې بکلوریا یا مسلکي شهادتنامي ولري او یا دواړه شهادتنامي ولري۰

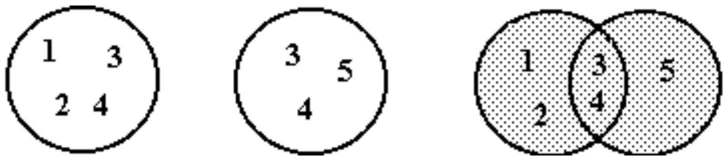
ب)

$$M_1 = \{k, a, r\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\}$$
$$M_1 \cup M_2 = \{k, a, r, u, s, e, l\}$$

یا په لاندی توګه پيژند او بيلګه: Aاو B دې دوه ډیری وي د دې ډيريو ټولنه داسې ليکو

A⋃B = {x | x∈A ∨x∈B}
A={1,2,3,4} B={3,4,5}

A⋃B={1,2,3,4,5}



تل په ټکو ټکي شوې ټکي سټ ټولن سټ (اتحاد سټ) په ګوته کوي۰

د بیلګي روښانه ونه :
ډیری A له توکو1,2,3,4 جوړه ده۰ ډیری B له توکو3,4,5 څخه جوړه ده
نو ټولنډيری A⋃B د ټولو هغو توکو څخه جوړه ده، چې په A کې وي او د B په ډیری کې منځ ته راځي، یانې د دوه ډېريو ټولنه وي یانې له توکو ۱ ، ۲ ، ۳، ٤ او ٥ ۰
پ – څیره ۲ ۰ ۲ دوه په هواره کې ټکي سټ په ګوته کوي، چي

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف) ټکیپردی دي٠ ب) ګډ ټکی لري٠

پ) اړیکي $M_1 \subset M_2$ پوره کوي:

د دې لپاره شکلونه په لاندې کې په بیلګو کې راغلي دي٠

د ټولنې لپاره کموتاتیو قانون باور لري» $M_1 \cup M_2 = M_2 \cup M_1$ دا په دې مانا، چې د لړۍپرلپسي دلته(لنډ: لړۍ) د سټونو په ټولنه یا اتحاد کی رول نه لوبوي

یادونه : که ګڼونه ۱ ، ۲ ، ۳ ، ٤ ، ٠٠٠ ولرو، نو دا پرلپسي بولو او که بیا دا سره زیات کړو لکه

1 , 1+2,1+2+3,1+2+3+4+,1+2+3+4++..+....

نو دا لړیپرلپسي یا لنډ: لړۍ بولو(پرلپسی برخه کې دې وکتل شي) دا په دې مانا، چې له دوو څخه د زیاتو سټونو ټولنه لړۍپرلپسی(لنډ: لړۍ) رول نه لري٠

اسوڅیاتیو قانون باور لري٠

$$(M_1 \cup M_2) \cup M \;\; = M_1 \cup (M_2 \cup M_3) = M_1 \cup M_2 \cup M_3$$

غوڅدیرې (د ډېریو غوڅی یا –تقاطع سټ) intersection

یادونه : کړی شو، چې دا د ډیریو ګډغوڅی وبولو(دا د ګرانو لوستونکو خوښه ده،کوم ناټیکوالی په کي نه شته)

پیژند: سټ یا ډېرۍ M د ډېرۍ یا سټ M_1 او ډیرۍ M_2 د ګډغوڅي ډېرۍ یا د (ګډ)تقاطع سټ دی (لوستل: M_1 غوڅ(پرې د بل څه لپاره کارول شوی ی) په M_2) لنډ: (ګډ)غوڅی یا تقاطع) که د ډېرۍ یا سټ M ټول توکي د سټ M_1 او ډیرۍ M_2 توکی وي او داسي یې لیکو: $M = M_1 \cap M_2$.

د غوڅسټ یا تقاطع سټ $M = M_1 \cap M_2$

هرتوکی د سټ M_1 او سټ M_2 توکي دي (د ۱ –مي برخی د هم او هم په مانا یا د «او» په مانا)

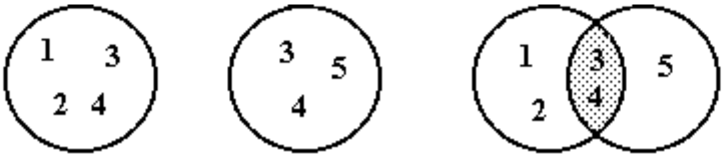
(c) ketabton.com: The Digital Library

يا دا پیژند :

د ډېريو A او B غوڅى يا تقاطع $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

بيلګه:

$A \cap B = \{3,4\}$ A = { 1,2,3,4}, B = { 3,4,5} =>



يادونه: دې پورته ډول دياګرام ته د ون دياګرام Venn-Diagram يا Euler-Venn-Diagram وايی

بيلګي :

لومړی : يوه ډله زده کوونکي له ننګرهار او پکتيا څخه راځي، چې په M_1 يې په نخښه کوو. يوه بله ډله ، چې په M_2 يې په نخښه کوود کندهار او همغه د پکتيا زده کوونکي، چې په M سره يې ښايو، دي. د دې دواړو ډلو غوڅ سټ يا د تقاطع سټ

$M = M_1 \cap M_2$

د پکتيا زده کوونکي دي.

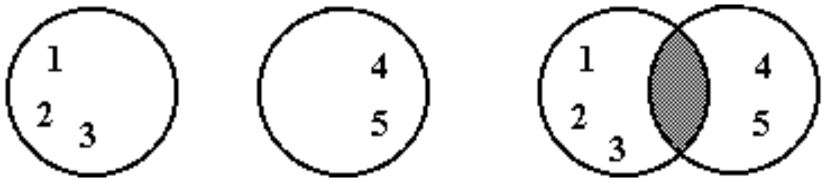
دويم:

$M_1 = \{k, a, r\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\},$
$M = M_1 \cap M \ = \{r, l\}$

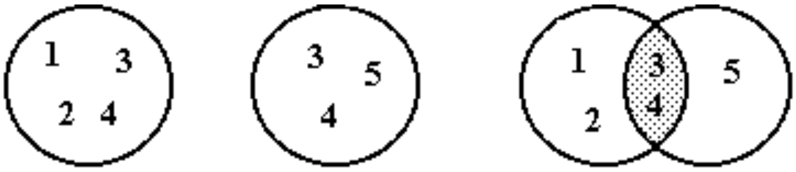
دريم شکل په هواره يا سطحه کې ښايي، چې :

الف) عدد پردي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب) يو بل سره ګډ ټکی لري



پ) اړيکی $M_1 \subset M_2$ پوره کوي

بيلګه:

$A=\{1,2,3,4,5\}$ $B=\{3,4,5\}$ $B \subseteq A$

هغه ټکو باندي ټکي شوی سټ اصلي برخه سټ دی.

دوه سټونه ، چې غوڅ سټ يا د تقاطع سټ يې تش سټ وي

$$M_1 \cap M_2 = \theta$$

لکه د مخه مو چې ګوته ورته ونيوله پردي بلل کيږي

د غوڅ سټ لپاره ، لکه څنګه د ټولن سټ لپاره کموتاتيو قانون باور لري

$$M_1 \cap M_2 = M_2 \cap M_1$$

او اسوشياتيو قانون

$$(M_1 \cap M_2) \cap M_3 = M_1 \cap (M_2 \cap M_3) = M_1 \cap M_2 \cap M_3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددواړو د سټونوکارونو یا سټ عملیو یانی ټولن سټ او تقاطع سټ (غوڅېدیرۍ) لپاره دواړه دیستریبوتیو قانونونه پوره کیږي یا باور لري

$$M_1 \cup (M_2 \cap M_3) = (M_1 \cup M_2) \cap (M_1 \cup M_3)$$

$$M_1 \cap (M_2 \cup M_3) = (M_1 \cap M_2) \cup (M_1 \cap M_3)$$

(د ګڼونو د شمیرکارونو یا عملیو لپاره یواځې یو دستریبوتیو قانون شته والی لري:

$$a_1.(a_2 + a_3) = a_1.a_2 + a_1.a_3$$

مګر په ټولیزه توګه باور نه لري

$$a_1 + (a_2.a_3) = (a_1 + a_2).(a_1 + a_3)$$

پیژند :

کمون ډېرۍ یا تفریق ست M_2 د سټ M_1 او سټ M کموالی یا فرق دی او

داسي يې ليکو: $M_2 = M / M_1 = \{x \mid x \in M \wedge x \notin M_1\}$

له M څخه د M_1 ډیرۍ کمه شوې یا کله چې د M_2 توکي د M هغه توکي وي، چې هغه دسټ M_1 توکي نه وي٠

لیکندود یالیکندول :

$$A / B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

لوستل : د A اوB توپیرسټ یاکمون سټ یا تفریق سټ له ټولو هغو توکوx جوړه ده، د کومو لپاره، چې باور لري : x د A توکی دی او x د B توکی نه دی

بیلګي :

لومړی : په یوه ټولګي کي M_1 د ټولو نارینه وو زده کړو ډیری ده او M_2 دټولو زده کړو ډیری (د نارینه وو او ښځینه وو) ، چي په شمیرپوهنه کي لس نمرې وړي٠

$$M_1 / M_2$$

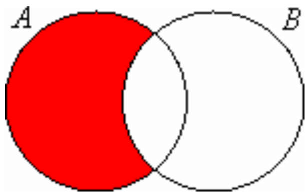
(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغو زده کړو ډيرئ ده، چي ۲ ، ۳ ، ٤ ، ٥ ، ٦، ۷ ، ۸ ، ۹، نمرې وړي او ټول د هغو نجونو ډيرئ ده، چي په شميرپوهنه کې يې لس نمرې وړي٠

که په ټولګي کې يواځې نارينه زده کړي وي، نو باور لري

$$M_1 / M_2 = \theta$$

يا دا لاندې :



$A \backslash B$

(A بې له B)

(x له A سره B اړيکې لري)

دويم :

$$M_1 = \{k, r, a, i\}, M_2 = u, r, s, e, l\}$$
$$M_1 / M_2 = \{k, a\}, M_2 / M_1 = \{u, s, a\}$$

لکه څنګه، چي د کمون پيژند او بيلګي را په ګوته کوي په ټوليزه توګه باور نه لري:

$$M_1 / M_2 \neq M_2 / M_1$$

د يوې ډيرئ توان يا زور
پايډيرئ: يوه پای ډيرئ پای ډير توکي لري٠ بيلګه يې د مخه ورکړ شوه:
E = {Europa, Asien, Afrika, Amerika, Australien, Antarktis}
ناپاي ډيرئ :
يوه ناپاډيرئ د بيلګي په توګه د پيداينتي ګڼونو ډيرئ ده:
N = {1, 2, 3, 4, ...}
ډيرئ ناپای ډير توکي لري.
د يوې ډيرئ زور يا توان:

(c) ketabton.com: The Digital Library

داسي په نامه توان (يا کاردينال ګڼ) ته وايي، چې يوه ډېرۍ څو توکي لري،د بېلګې په توګه لويې وچې شپږ دي ياني د لويو وچو کاردينال ګڼ ٦ دی.

د دوه ډېريو برابر توان يا برابر زور:

دوه ډېرۍ برابرزورېزې دي، که د توکو ګڼون يا تعداد يې برابر وي.
د دوه ډېريو « برابرزوروالي» يو بل پيژند هم شته، چې دا اوس نه څېړو، ځکه چې د دې لپاره مخکينۍ پوهنه نه لرو، خو پيژند يې لنډ يادوو:
دوه ډېرۍ همغه – يا برابرزورېزې دي، کهٔ د دې ډېريو د توکو ترمنځ بيجکتيوه څېرونه شته وي. (دا په فنکشنونو کې بيا راځي)

د يوې ډېرۍ کمپلمنت يا پوره کوونکی complementary set

دا کارونه يا عمليه د نورو کارونو څخه توپير لري، چې په سټ کی مو څېړلي. دا يوه يوځاييزه کارونه ده او دا نورې دوه ځايزې کارونی يا عمليې دي.

مورږ بنسټ سټ په U او د ټولو هغو توکو سټ، چېU کې پراته دي ياني دU توکي دي او هغه په M کې نه دي پراته ياني د M توکي نه دي پوره ډېرۍ يا کمپليمنت بولو او د $\bar{M}$ سره يې په نخښه کوو.

پيژند: پوره کوونکی- يا تکميلډېرۍ (يا د يوې ډېرۍ کمپليمنت) د يوې ډېرۍ M پوره

کوونکې ډېرۍ $\bar{M}$ ټيک هغه توکي لري(بنسټډېرۍ U څخه) ، چې د M توکي نه وي.

دوه ځله کمپليمنتډېرۍ جوړول خپلې لومړنی وينا ته ځي ، ياني $\bar{\bar{M}} = M$

دلته يواځې يوه ساده بيلګه راوړو: په يوه کلي کې دوه کورنی د توپير او برګ کورنی اوسيږي. که دا دوه کورنی يو له بل سره خپلوي ونه لري، نو دوي يو له بل سره پوره ډېرۍ يا تکميلډېرۍ بلل کيږي ياني دا کلی پوره کوي.

څېرونه mapping يا اړيکي:

يادونه : پام دې وي، چې دا هغه ورسره بلد تابع کلمه نه ده، چې وروسته به ورسره بلد شو . په دې برخه کې لومړی د ډېرۍ ضرب کلمه پيژنو يا تعريفوو او بيا د ضرب کلمې کارونه څيړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند ۲ ۰ ۹ : د دواړو ډیریو M یو او2 M ډیریضرب(اتیرانضرب) هم ورته وایي، یاني په x سره ځلیږي یا ضربیږي

$M = M_2 \times M_2$

د ټولو تنظیم یا ترتیب شویو توکو $x \in M_1, y \in M_2$ جوړو (x,y) ډیری ده۰

بیلګي

$$M_1 = (a,b\}, M_2 = \{1,2,3\}$$
$$M_1 \times M_2 = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$$

د جوړو د غوښتل شوي تنظیم له مخې ځل په ډیریو کې کموتاتیو نه دی دا په دې مانا، چې په ټولیزه توګه باور نه لري: $M_1 \times M_2 \neq M_2 \times M_1$

۲ – R دې د ټولو ریيلګنونو ډیری وي۰ په هندسي مانا د کرښې د ټولو ټکو ډیری۰ RxR د ټولو ریيلګنونو جوړو ډیری ده، په هندسي مانا د هوارې یا سطحې د ټولو ټکو ډیری ده۰

پیژند : د څیرونې F لاندې د دوه ډیریو د ضربډیری $M_2 \times M_2$ برخډیری پوهیږو۰

پس د جوړه تنظیم شوو توکو ډیری، چې $x \in M_1$له یوه یا ډیرو توکو $y \in M_2$ سره تنظیم یا بهتره په باندې څیره شي۰

داسی هم ویلی شو: د1 M توکي د2 M په یوه یا ډیرو توکو تنظیمیږي یا څېره کیږي۰

که $(x.y) \in F \subseteq M_1 \times M_2$ وي، نو x اوریجنل یا اصلي توکی او y څیره توکی بلل کیږي۰

د ټولو اصلي توکو ډیری پیژندورشو یا تعریفورشو یا پیژندډیری یا تعریفډیری بلل کیږي او د ټولو څېره توکو ډیری د څېرونې ډېری، ارزښتورشو یا ارزښتډیری بلل کیږي۰

بیلګی : $M_1 = \{a,b,c,d\}, M_2 = \{1,2,3,4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جدول په توګه دM یو توکو ځېرونه ونه یا ځېره کوونه د M دوه په توکو

ځېره توکی   اصلي توکه یا ځیره کوونکی توکی

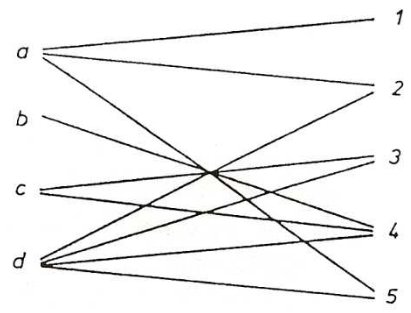
a ----------------------→ 1 , 2 ,5

b ----------------------→ 4

c ----------------------→ 3,4

d ----------------------→ 2,3,4,5

یا دا لاندې:



ځیرونه:

F = { (a,1),(a,2),(a,5),(b,4),(c,3),(c,4),(d,2),(d,3),(d,4),(d,5)}

(د M یو او M دوه ډیریو د ټولو توکو جوړو ډیری)

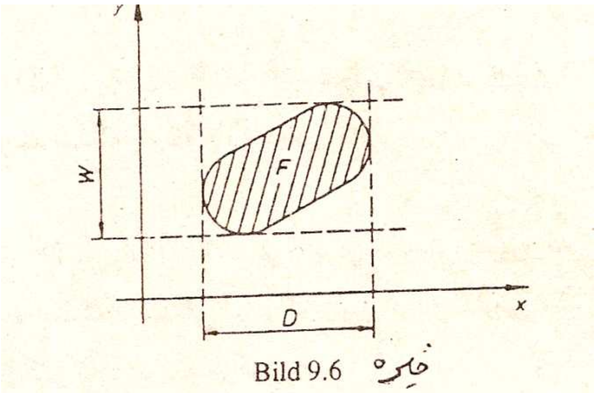


Bild 9.6 ځیره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم : هر پیداینښتي یا طبیعي ګڼ a د هغه په دوه ځله b=2a باندې ځیره کیږي٠ داسې پیژند شوې یا تعریف شوې ځیره ونه په لاندې بڼه هم انځوریدلی شي٠

$$F = \{(a,b) \mid a \in N, b = 2a\}$$

دلته هم N د پیداینښتي یا طبیعي ګڼونو ډیرۍ٠ پیژندډیرۍ یا تعریف- د ټولو پیداینښتي ګڼونوډیرۍ ده او ارزښتډیرۍ د ټولو جوړه ګڼونو ډیرۍ ده٠

ځلورم : که M یو په یوه ښوونځي کې د ښوونکو ډیرۍ وي او M دوه په ښوونځي کې د ځانګړو ټولګیو ډیرۍ وي نو ښوونکي، چې په ټولګیو کې درس ورکوي دا یوه ځېرونه ده٠ د ښوونکو ډیرۍ د ځانګړو ټولګیو په ډیرۍ کې

مونږ د ځېره ونې ځلور حالتونه توپیروو:

پیژندونه(دې ته دې ګران لوستونکي ښه پام وکړي): لکه په لومړۍ بیلګه کې په ځیره ونه F کې د1 M ، چې تعریفډیرۍ D سره برابر دۍ او M2 ، چې له ځیره ډیرۍ , W سره برابر دۍ ، توکي مو مخ ته پراته دي٠

له یوې ځیرونې Fغږیږو د1 M په M2 باندې٠ دلته دې « د » او « په » ته پام وي)

وي دې: $D \subset M_1, W \subset M_2$

لکه په دویمه بیلګه کې ، نو د یوې ځیره ونې F غږیږو له M1 په M2 کې (دلته دې « په » او ,په کې » ته پام ور واړول شي)

وي دې : $D = M_1 \wedge W \subset M_2$

دلته د یوې ځیره ونې غږیږو د1 M په M2 کې دلته دې دریمه بیلګه په پام کې راواړل شي٠

وي دې: $D \subset M_1 \wedge W = M_2$

نو د یوې ځیره ونې غږیږو له M1 په M2 باندې٠ دلته ځلورمه بیلګه د بیلګې په توګه راوړو٠ د دې نیونې لاندې چې ټول ښوونکی ځانګړي ټولګیو ته درس ورکوي٠

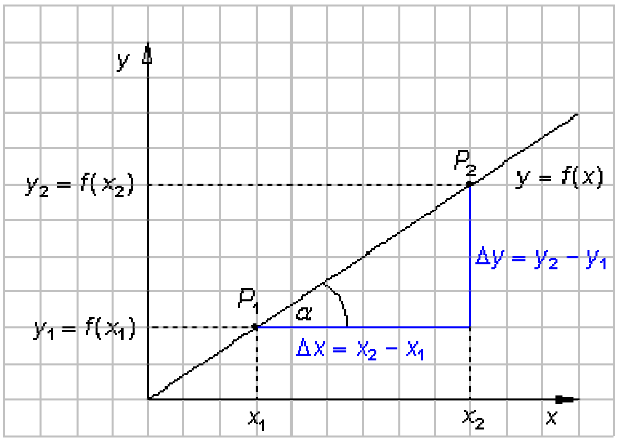
(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه : دا لاندي برخه دي ګران لوستونکي وګوري، خو د دي اوس وخت لپاره لږ ستونځمنه ده او شايد څيرې هم رانه شي، خو که لږ د شميرپوهني سره بلد شو، بيا پرې پوهيدل ساده دي. زه مخ ته لرم، چي په دې هکله ليکلی کتاب، چي چاپ شوی نه دی دلته پر ليکه کړم، چي هلته بيا دا موضوع لږ غزيدلي ده.

بيلګه ۲ . ۵ : موږ په هواره يا سطحه کي څرګند شوي کږی د ډيريځل RxR په څير د برابرونونو له لارې رانيسو(R د رييلګنونو ډيری د ګڼکربنې ټکي دي(ګڼونه دي وکتل شي)).

الف) $y = 2x$ يوه څيره ونه ده د R په R باندې ، ځکه چي باور لري

$D=W=R$



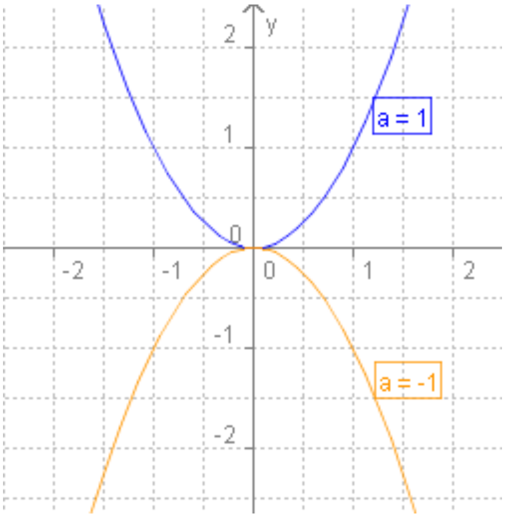
يادونه : په پورته څيره کي برابرون $y = ax+b$ دی.

ب) $y = x^2$

يوه څيره ونه ده د R په R کي ، ځکه چي باور لري

$D = R ,\ W = [0, \infty]$

(c) ketabton.com: The Digital Library



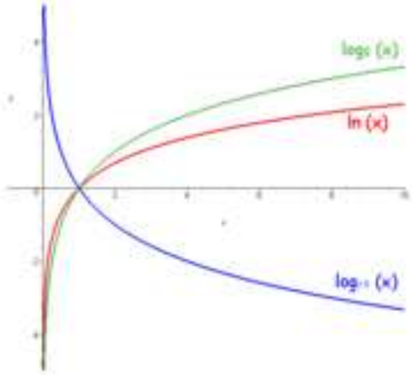
یادونه :

پوته بلواک د $x \mapsto ax^2 + bx + c$ دول دی، چې b = 0 , c = 0 او a = 1 , a = -1 اینول شوي دي٠

پ) y = log x

یوه خیره ونه ده له R په R باندي « څکه چي باور لري٠

$$D = (0, \infty) \wedge W = R$$

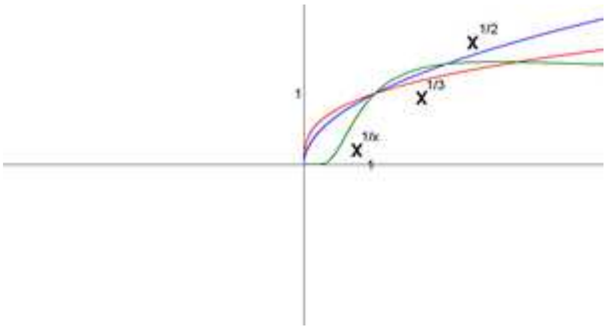


ت) $y = +\sqrt{x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه ځیرونه ده له R په R ، ځکه چې باور لري

$D = W[0,\infty]$



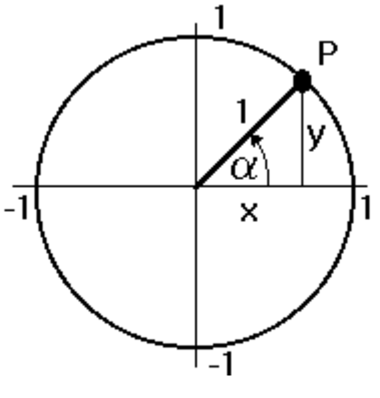
یادونه : پورته د دوېې ،دریمې او په x -مې ریښې په مانا دی

ځیرې له ویکي ځخه په مننه راکښته شوي دي۰

پیژند ۲ :یوه ځیره ونه E یواځنی بلل کیږي۰ که هر $x \in D$ په تیک یوه $y \in W$ باندې ځیره شي۰ دا په دې مانا، چې هر $x \in D$ تیک یووار په $y \in W$ تنظیمدیرۍ یا جوړه دیرۍ کې رامنځ ته کیږي۰ یوه یواځنی ځیره ونه فنکشن یا« بلواک» بلل کیږي او یا لکه تراوسه ورسره بلد یو یوه تابع بلل کیږي۰

پام:

دا دې دلته کره په ګوته شوې وي، چې زه « یوازنۍ ځیره ونه » بلواک یا فنکشن بولم۰



(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۲ ۰ ٦

په بیلګه ۲ ۰ ۵ کې له الف تر ت پورې ټولې ځیروني فنکشنونه یا بلواک دئ۰ د دې پر ځتې لاندې

برابرون (یوونګردئ یانې ګردی، چې وړانګه یې یو یوون یا واحد وي ځیره ۰)

انځور شوې ځیره ونه له R په R کې [-1,1]) D=W) فنکشن یا بلواک نه دئ ، ځکه چې اصل دوه ځیرې لري یانې که په تنظیمجوړه کې د ځیره ونې لړي پرلپسې(لنډ:لړئ) بدله شي، نو یوې پرځتې ځیره ونې ته راځو:

پیژند ۲ :

ځیره ونې F ته پرځتې ځیرونه F^{-1} د ټولو جوړو (x,y) ډیرئ ده له $(x,y)\in F$ سره ۰

پیژند ۲ ۰

یوه ځیره ونه یویواځنی بلل کیږي، که یواځنیF او F^{-1} یوازنئ ځیروه ونې وي، دا په دې مانا، چې که هر $x\in D$ او $y\in W$ ټیک یو ځل په تنظیم کې منځ ته راشي۰

پام : یادونه : د ځیروني نوم ځخه باید ونه ډار شو دا ځیره ونې ځیرې کووني (که ځوک یو کالی یا رخت ځیرېکوي)او ځیره کووني توپیر، ځکه سره کیدی شي، چې هغه منځپانګه یې یو له بل توپیر لري۰ موږ پښتو کې نږدې یو ډول لیکونکي ویونه (لغات) لرو، خو دا هغې منځپانګې له مخې توپیریږي۰

ډیرئ پوهنه د شمیرپوهنې ستنه ده، نو په راتلونکې کې به یې نوره هم ژوره وځیړو او همدا اوس هم نور ګران هیوادوال دې ته رابولم، چې له ما سره ګډ کار یا خپلواک دې کار ته ملا راوتړي۰

ما دا برخه غزولې، چې په خپل شووني وخت کې به ګرانو لوستونکو ته په ځانله توګه د یوه کتاب په ځیر هم وړاندې شي۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

۹ . ۵ تمرینونه

۱ – د لاندې ډیري د توکو د شمیرنې له لارې انځور کړی

الف) { x | x لمړی ګڼ او x < 20 }

ب) { $x \mid x^2 + x - 6 = 0$ },

پ) { $x \mid x^2 + x - 6 = 0$ او $x > 0$ }

ت) { x | x ریبیلګڼ او $x^2 + 1 = 0$ }

۲ – د توکو x , y , z اړلرونوالی و ډیري M ته وښیری !

الف) M د لمړنیو ګڼونو ډیری

$x = 4 , y = 5 , z = 6$

ب) M د لاندې مساواتو حلډیری (اوبیډیری)

$x^3 + x^2 - 6x = 0$

$x = 0 , y = 2 , z = 3$

پ) M د ریښنلګڼونو ډیری چې په اینتروال [3 ,3-] کی پراته دي

$x = -2 , \quad y = \sqrt{2} , \quad z = 1/3$

ت) M د ریبیلګڼونو ډیری چې په اینتروال [3 ,3-] کي پراته دي

$x = -4 , \quad y = \sqrt{2} , \quad z = 3$

۳ – د لاندې ډیریو ترمنځ کومې اسړیکی پرتی دي

الف) M_1 د ټول جفت ګڼونو ډیری

او M_2 د ټولو ټولګڼونو ډیری

ب) د ټولو مساواتو $x^2 + 2x - 3 = 0$, حلونو (اوبیو) ډیری

$M_2 = \{ -3 , 1 \}$

پ) M_1 د ټولو ګڼو ډیری چې پر ۶ ویشل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

او M_2 د ټولو ګنونو ډیری چي په ۳ ویشل کیږي !

او M_3 د ټولو ګنو ډیری چی په ۱۲ ویشل کیږي !

۴ – د ډیري { a,u,t,o } ټول برخډیري ورکړی !

۵ – د لاندې ډیریو څخه ټولنډیری ، غوڅډیري او دواړه ټوټډیري جوړ کړی !

الف) $M_1 = \{ k,a,m,e,l\}$, $M_2 = \{m,a,u,l,t,i,e,r\}$

ب) $M_1 = \{ 2,4,6,.. \}$, $M_2 = \{ 3 ,6 ,9,.... \}$

پ) $M_1 = \{ x \mid x^2 + x +- 2 = 0\}$, $M_2 = \{x \mid x^2-3x+2 = 0\}$

۶ – د یوه ډیری M او د تشډیري $\emptyset$ ټولنډیری، غوڅډیری او توپیرډیری جوړ کړی !

۷ – د یوه ډیری M او خپل همدې ډیری ټولنډیری ، غوڅډیری او توپیرډیری جوړ کړی !

۸ – وي دي $M_1 = \{ 4 , 8 , 12 \}$ $M_2 = \{ 3 , 6 , 8\}$

$M_3 = \{0 , 2 ,4 ,6 \}$, $M_4 = \{ 6 , 12 , 18 \}$

جوړ کړی : $M = [(M_1 \cup M_2) \cap M_3] \setminus M_4$!

۹ – جوړ کړی

الف) $M_1 \cup (M_1 \cap M_2)$ پ) $M \setminus \emptyset$

پ) $M_1 \cap (M_1 \cup M_2)$ ت) $\emptyset \setminus M$

۱۰ – وي دي

$M_1 \cup M_2 = \{ 1,2,3,4,5\}$,

$M_1 \cap M_2 = 71,3,5\}$

$M_1 \setminus M_2 = \{ 2,4\}$, $M_1 \setminus M_2 = \emptyset$

له دې پورته څخه M_1 او M_2 وټاکی !

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – وي دې
الف) $M_1 \cap M_2 = \emptyset$ ب) $M_1 \subset M_2$,
وټاکی: $M_1 \setminus M_2$!

۱۲ – وي دی M_1 , M_2 (د نیمواز) اینتروال ټکي ډیري:
$M_1 = \{-3 , 3\}$, $M_2 = [1 , 7]$

وټاکی
الف) $M_1 \cup M_2$ ب) $M_1 \cap M_2$ پ) $M_1 \setminus M_2$
ت) $M_2 \setminus M_1$ ټ) $M_1 \times M_2$

۱۳ – وي دې $M_1 = \{ 1 , 2 , 3 \}$, $M_2 = \{ \{ a , b\}$
الف) د $M_1 \times M_2$ ځل جوړ کړی

ددې لاندې ب) تر ت) برخی تمرین لپاره دې ۹ الف برخه وکتل شي.
ب) دا لاندې کوم ډول ځیرونی دي

$F_1 = \{(1,a),(1,b)\}$

$F_2 = \{(1,a),(3,a)\}$,

$F_3 = \{(1,a),(2,b),(3,b)\}$,

$F_4 = \{(1,a),(2,a),3,a)\}$,

$F_5 = \{(1,a),(2b)\}$

په ټولو حلمونو (اوبیو) کی F_1 تر F_5 ورکړی .
پ) په ځتې ځیرونه ورکړی
ت) د ځیرونو F_1 ځخه تر F_5 پورې، کوم یواځنی او کوم حتی یویواځني دي ؟

نښلونه ۱

د اړیکو ځخه و فنکشن (تابع) ته د ناپاي ډېریو ترمنځ ناشوني ده چې ټول ټکي په یوه ارزښت سیستم کې رسم شي. د دې لپاره یوځو مناسب ټکي ټاکل کیږي. ځیرونکی باید دا نور پاتې جریان په خیال کې راولي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره جې لومړی لید پیداکړی شو، یوه ارزښتجدول کاږو.

بیلگه:

<table>
<tr>
<td>

اړیکې(د اړیکو لیکدود)

$R = \{ (x \mid y) \mid y = 2x \wedge x \in \mathbb{Z} \wedge y \in \mathbb{Z} \}$

یا

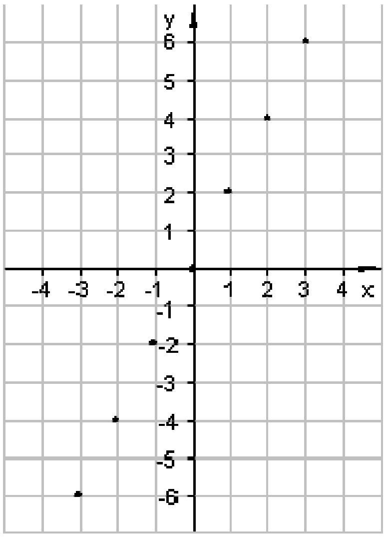
$R = \{ (x \mid y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}}$

باور لري $R \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

اړپښت جدول او مخامخ گراف

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
y	...	−6	−4	−2	0	2	4	6	...

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

ببلگه:

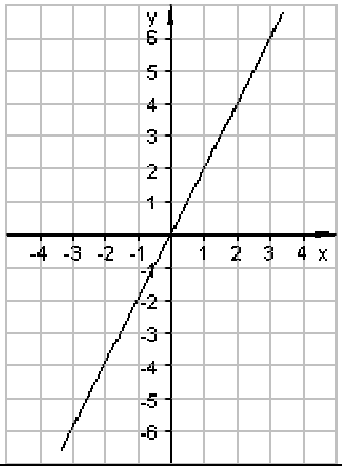
<table>
<tr>
<td>

که اړیکې $y = 2x$ د ریل اعدادو په سټ یا دېرۍ شته وي، نو په دې پورې تنها ځانله اعداد اړه نه لري بلکه ټولې جوړې چې د دوي ترمنځ پرتې دي هم.

گراف د ناپاي ډیرو ټکو څخه جوړ دی، چې یو د بل سره ګڼ (ټینګ یا یو د بل سره نږدې) پراته دي. له دې امله دا د کرښې په څېر برېښیز

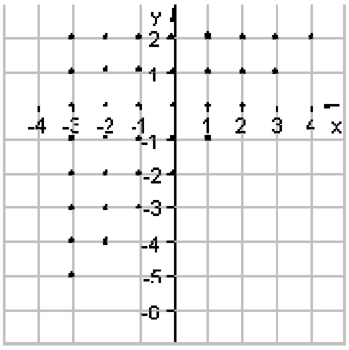
</td>
<td>

$R = \{ (x \mid y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$ $R \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$



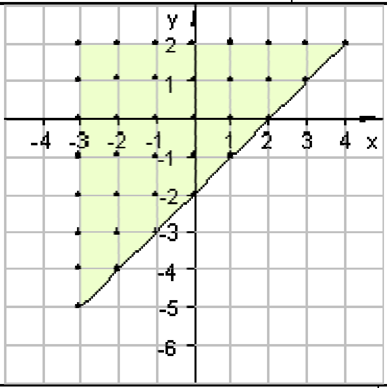
</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

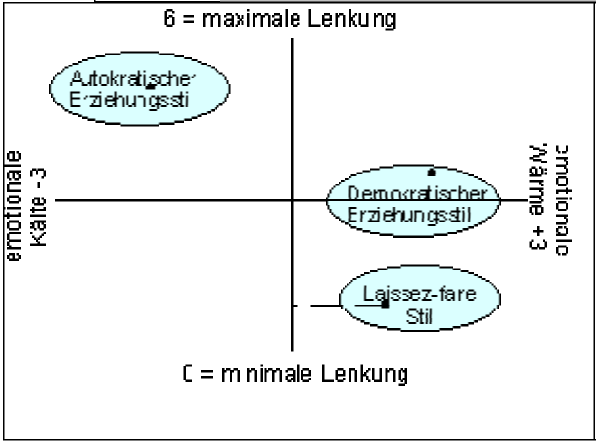


$R = \{(x, y), y \geq x - 2\}_{RxR}$

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3 4	...
y		−5							
		−4	−4						
		−3	−3	−3					
		−2	−2	−2	−2				
		−2	−1	−1	−1	−1			
		U	U	U	U	U	U		
		1	1	1	1	1	1	1	
		2	2	2	2	2	2	2 2	
		...	...	...	...	...	...	... ...	



گورور چې :
د $R = \{(x, y), y \geq x - 2\}_{RxR}$ لپاره د
اړیکو ټول منځټکي هم په اړیکو پورې اړه لري. ګراف د مثلث (درېګوډي) د سطحې(منځهوارې)ټول ټکي په بر کې نیسي



د روځنې هر ډول د پام اړونې او د احساساتی ګرمی؟؟ ترمنځ اړیکه ده. که له دواړو سکالو څخه یو کواوردینات سیستم جوړ شي، نو د روځنې ستایل ترې انځوریدلای شي.

Skala: Lenkung

0	1	2	3	4	5	6

Skala: Wärme, Rücksichtsnahme, Achtung

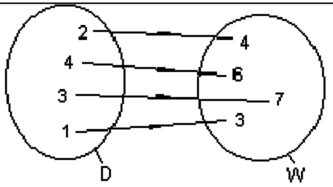
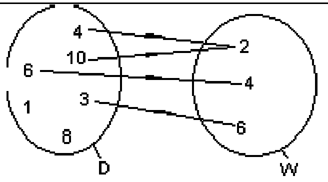
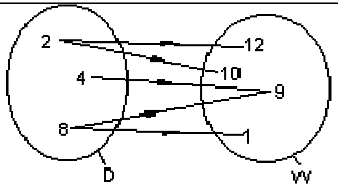
-3	-2	-1	0	1	2	3

ځانګړې د پاملرنې اړیکې، هغه اړیکي دي، چې د هغې له لارې د هر ارزښت سره یو د ارزښت ترتیب شي. داسې اړیکي فنکشنونه یا تابع بولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فنکشن(تابع) : تابع یوه اړیکه ده، چې د هغې له لارې د x ارزښت سره، چې له تعریفسټ(-ډېرۍ) څخه دی یو د y ارزښتسټ(ارزښت ډېرۍ) ترتیب یا تنظیم شی.

بیلګې:

 فنکشنن(تابع)، چې هر ارزښت په یوه ارزښت تنظیم شوی وي.	 اړیکې، چې ځنې بې جوړه لري.	 اړیکې، چې یو یې ډېر جوړه ولري

د فنکشن یا تابع لپاره بیلګې: په روغتون کې د تبې اندازه کونه:

اندازه شوي ارزښت جوړې(وخت(وختېکی)، حرارت)، په یوه حرارتي منحني انځورېږي. د په وحت کې ناروغ ټیک یو ټاکلي د حرارت درجه لري.

د یوه کوچني لوئیدل: دلته (وخت، لویوالی) د ارزښت جوړې دي. په هر ټاکلي وخت کې کوچنی یو ټاکلی لویوالی لري.

د ریاضي ابموینه: (د ټکو تعداد، نمرې) یوه اربښت جوړه جوړوي. د یوه ټاکلي ټکوتعداد لپاره یوه نمره شته.

د باندنی ګرمي د یوه ګرمی لیکوني(په میزان الحراره) سره په نخښه کیږي.

(وخت، ګرمي) ارزښت جوړې جوړوي.

یوه ټاکلي وخت ته به یو ټاکلی تودوخي یاحرارت(ګرمی) وکښل شي.

د y جوړه چې په هغه یو د x ارزښت ترتیب یا تنظیم شوی وي، د x **فتکشن ارزښت** یا تابع ارزښت بلل کیږي.

دا د $f(x)$ سره په نخښه کوو(لوستل: د x تابع f یا د x f)

(c) ketabton.com: The Digital Library

(3) f په دې معنا دی، چې د ا د تابع ارزښت دی، چې د x ارزښت 3 پورې اړه لري.

(4 -) f   په دې معنا دی، چې دا د تابع ارزښت دی، چې د x -ارزښت   4 - پورې اړه لري.

تعریف سټ(-ډېرۍ)، ارزښت سټ(-ډېرۍ): .

تعریف سټ (ارزښتډېرۍ) او ارزښت سټ(ارزښت ډېرۍ) هغه سټ (ډېرۍ)، چې له هغې څخه د x ارزښتونه را نیول کیږي، تعریف سټ(تعریفډېرۍ) بلل کیږي. هغه سټ(ډېرۍ) چې د فنکشن ارزښتونه y خوندي لري ارزښتسټ(ارزښتډېرۍ) بلل کیږي. دا لنډ د D او W سره په نخښه کوو

په فنکشنونو یا توابعوکې د تنظیم یا نظم قانون په ځای د یوه فنکشن مساوات کلمه کارول کیږي.

د بیلګې په توګه.3 + y = 2x

د دې لپاره لیکو: $f(x) = \{(x, y), y = f(x) \geq 2x + 3\}_{RxR}$

د ارزښتونو د شمیرلو د ارزښت جدول لپاره لیک: $y = f(x) = 2x + 3$

په فنکشن یا تابع کې x   خپلواکه اووښتوني یا متحوله بلل کیږي او y بلواکه یا تابع متحوله بلل کیږي. ګورو چې دا عمل یا کارونه یو فنکشن دی، چې یو څه په یو بل څه تنظیموي یا ترتیبوي، له دې امله زه د تابع په ځای زیات وخت د فنکشن کلمه- چې مناسب ده- کاروم.

بیلګه؛

$f(x) = \{(x, y), y = f(x) \geq 2x + 3\}_{RxR}$ تعریف سټ یا تعریفډېرۍ	الف: یو ارزښتجدول وکاږۍ ب) د فنکشن ګراف انځور کړۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$D_f = \{\, x \mid -3 \le x \le 4 \}_{\mathbb{Z}}$

$D_f = \{\, -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4 \,\}$

د فنکشن ارزښتونو شمېرنه:

$y = f(x) = 2 \cdot x + 3$

$y = f(-3) = 2 \cdot (-3) + 3 = -3$

$y = f(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$

$y = f(-1) = 2 \cdot (-1) + 3 = 1$

$y = f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3$

$y = f(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 5$

$y = f(2) = 2 \cdot 2 + 3 = 7$

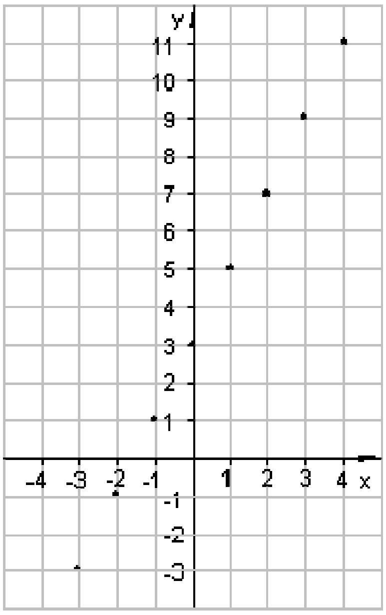
$y = f(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$

$y = f(4) = 2 \cdot 4 + 3 = 11$

د ارزښتونو جدول:

x	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−3	−1	1	3	5	7	9	11

پ) ارزښت سټ(ډېرى) ترتيب کړئ



ارزښت سټ(-ډېرى) د فنکشنگراف څخه لوستل کېدي شي

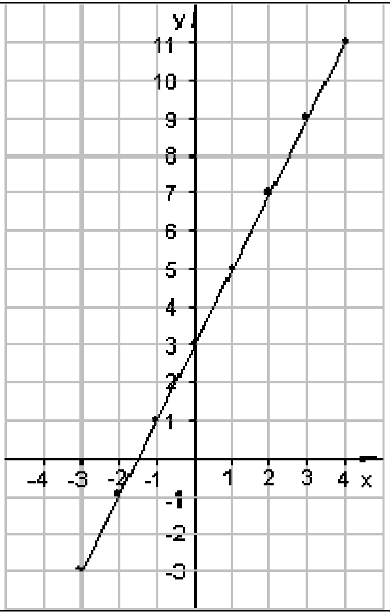
$W_f = \{\, y \mid -3 \le y \le 11 \}_{\mathbb{Z}}$

د فنکشنگراف فقط له ټکو جوړ دي.

که تعريفډېرى و R ته وغزيږي، نو دا په لاندې ډول ليکل کيږي:

$D_f = \{\, x \mid -3 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$

گراف اوس د راکښلي کرښې جوړ دي، چې دا هم کرښه بلل کيږي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

څه مو زده کړي؟ نومونه:

د ټولو نومونو ټولګه

اړیکي غشیدیاګرام پروت ولاړ یا کواوردینات سیستم	جوړه سټ(-دېرۍ) په څت اړیکي د اړیکو ګراف

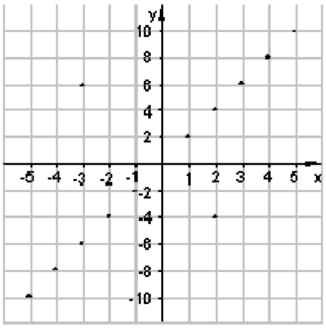
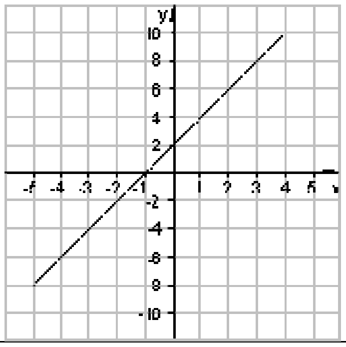
د دوي نومونه

ارزښتجدول فنکشن ارزښت f (x) بلواکه اووښتوني(تابعمتحوله) y	فنکشن(تابع) خپلواکه اووښتوني(-متحوله Variable x)

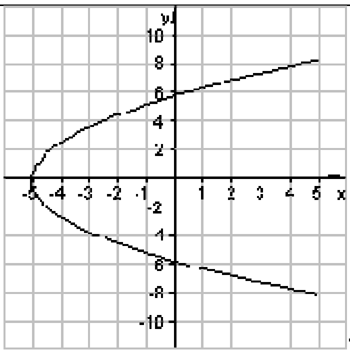
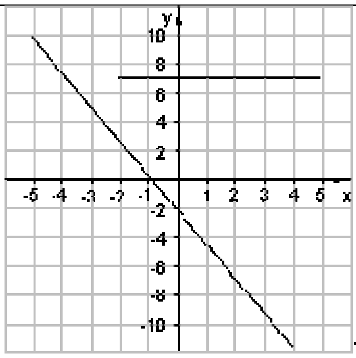
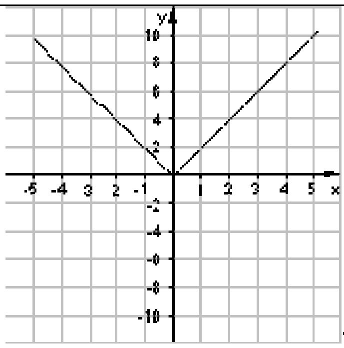
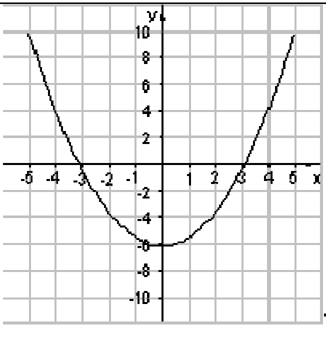
د اړیکو پوښتني

1- د څیره شوو ګرافونو کوم یو د فنکشن ګرافونه دي؟

د خپلو اندونو دلایل راوړئ

الف-	ب-
	

(c) ketabton.com: The Digital Library

 ت-	 پ-
 ث-	 ټ-

2- دلاندې نظم قوانینو څخه یې کوم یو فنکشن مساوات کېدي شي؟

الف- $y^2 = x$ ب - $y = x^2 - 1$ پ - $y = -x^2 + 1$ ت - $y = \frac{1}{x^2} - 1$

3- د فنکشن گراف د ور کړ شوو فنکشنمساواتو سره انځور کړئ او په ارزښتست(-دېرئ) وټاکئ.

(a $y = \frac{4}{x}$ $D = \{ x \mid 0 < x \le 10 \}_{\mathbb{R}}$ (b , $y = \frac{x^2}{4}$ $D = \{ x \mid 0 < x \le 10 \}_{\mathbb{R}}$

4- فنکشنونه د فنکشن مساوات **$y = 4x - 2$** سره په پام کې ونیسئ

a) د ټکو ازمایښت سره وازمایئ، چې ایا لاندې ټکې د فنکشن په گراف پراته دي که نه؟

P (- 3 | - 14) ; Q (2 | 6) ; R (0 | - 1) ; S (0,5 | 0,25) ; T (10 | 37) ; U (- 5 | -22)

(c) ketabton.com: The Digital Library

b) د شمیرنې په مرسته لاندې پاتې وضعیه قیمتونه وټاکئ، د کومو سره چې لاندې ټکي د فنکشنګراف باندې پراته وي.

P (3 |) ; Q (-1 |) ; R (0,75 |) ; S (22 |) ; T (| -10) ; U (| 0) ; V (| 13) ; W (0 |)

5) $f(x) = 2x - 6$, $f(x) = -4x + 4$

$f(1)$ $f(0)$ $f(-2)$ $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ $f\left(4\frac{1}{2}\right)$ $f(a)$

6) د لاندې ورکړ شوو ټکو لپاره د ټکو ازمايښت ولیکئ.

(a

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$$

$$P\left(0 \,|\, \frac{3}{2}\right) \quad Q(1 \,|\, 2) \quad R\left(\frac{1}{2} \,|\, \frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3 \,|\, 6) \quad T(5 \,|\, 13) \quad U\left(-\frac{5}{3} \,|\, \frac{17}{9}\right)$$

(b

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$$

$$P\left(0 \,|\, \frac{3}{2}\right) \quad Q(1 \,|\, 2) \quad R\left(\frac{1}{2} \,|\, \frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3 \,|\, 6) \quad T(5 \,|\, 13) \quad U\left(-\frac{5}{3} \,|\, \frac{17}{9}\right)$$

ځوابونه اړیکي **III**

د **1** حل:

الف-تابع نه ده، ځکه چې زیاتو **x** ارزښتونو ته دوه **y** -ارزښونه اړه لري.

ب- تابع، ځکه چې یوه -ارزښت ته ټیک یو –ارزښت اړه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-تابع نه ده، ځکه چې ډیرو x -ارزښتونو ته دوه y -ارزښتونه اړه لري.

ت- تابع نه ده، ځکه چې هر x–ارزښت ته دوه y– ارزښتونه اړه لري.

ټ-تابع ځکه چې هر x-ارزښت ته ټیک یو y–ارزښت اړه لري

ث- تابع، ځکه چې هر x ارزښت ته ټیک یو y -ارزښت اړه لري

دویم:

الف- تابعمساوات نه دی. ب- تابع مساوات، پ - تابع مساوات ، ت- تابع مساوات.

تړنه ۲ :

د ډیریو ترمنځ اړیکي

د ډیریو ترمنځ اړیکی دومه برخه Relations دلته هغه د اړیکو په برخه، لکه وعده مو چی کړی وه ، پیل کوو او دا هغه په نامه ناساده اړیکی دي، یانی دا ړیکی د نابرابرو ډیریو ترمنځ هم اړیکي نیسی.

بنسټیزه ریلیشن یا اړیکی:

په ورځنی ژبه کي ،،اړیکي،، په همغه ورسره بلده معنادی. کیدی شي، شیان لیدونکي، واقعیتونه، پیښي او داسي نور یو له بل سره په یوه ریلیشن یا اړیکه کي ودریږي. د دي لپاره چي د داشي شي ځان نیوني یا حالتلپاره شمیرېو هنیز مودل لاس ته راوړو، غواړو چي لومړی یوه څرګنده بیلګه وڅیړو:

بیلګه: دلته دي M د انسانانو یو ډیری او S د ښارونو یوه ډیری وي.

د اړیکو لپاره ټاکو: چي شخص $x\in M$ ښار $y\in S$ کم له کمه یو وار لیدلی دی. دا د M او S توکو ترمنځ اړیکی کیدی شي چي اوس د ټولو جوړو (x,y) له لاري ورکړ شي، د کوم لپاره چی x کم له کمه y یو وار لیدلی دی. دا جوړي د ډیریو M , S د کارتیزي ځل M×S توکي دي. د شمیرپوهنی له مخه دا ځموږ د علاقی وړ نه دی چي دا لیدنه دځه لپاره وه یا څومره مهم یا زړه پوري وه یا نه. ځموږ د علاقي وړ یواځي دا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې کوم توکی $x \in M$ د کوم توکي $y \in S$ سره اړیکو کی ولاړ دی. په دې توګه یواځې د جوړو $(x, y) \in M \times S$ ډیری ده، د کومو لپاره چې x او y یو له بل سره په اړیکو کی ولاړ دي یا شمیرپوهنیزې ځیرنی ته یی لار خلاصه ده. د M×S برخه ډیری کړی شي چې ډیر متنیزه اړیکی یو له بل سره ولري. دا مو لاندې تعریف ته لاراښودوي یا رابولي .

پیژند:

د ډیریو یا ستونو M او N ترمنځ اړیکی R لاندې د کارتیزي ضرب یا ځل M×N یوه برخه ډیری پوهیږو، یعني . $R \subset M \times N$ که (x, y) ∈R وي، نو داسی هم لیکو xRy او وایو: x او y په اړیکو R کی یو د بل سره ولاړ دي یا یو له بل سره اړیکی R لري .په دې تعریف کی ورکړ شوې اړیکی بینیر binär (یا دوه ځاییزې اړیکی دي، چې دوه ځایزوالی یی دا راپه ګوته کوي، چې هر واري دوه توکی یو له بل سره په اړیکوکی پراته یا ولاړ دی او یا نه. په شمیرپوهنه کی داسي حالتونه هم را منځ ته کیږي چې له دوه زیات توکي یو له بل سره په اړیکو کی پراته او یاپراته نه وي یا اړیکي لري یا اړیکي نه لري، چې دا مو لاندې تعریف ته راهڅوي:

پیژند: د M1, M2 , M3 ...Mn ډیریو ترمنځ n-ځاییزې د اړیکی R د کارتیزې ضرب یا ځل M1×M2×M3...×Mn , د n > 1 لپاره، یوه برخډیری ده، دا په دې مانا، چې دا داسی یو ډیری ده چې n –توپل یا ګون (x1,x2,...,xn) چې $x_i \in M_i$ توکی دي. که تول Mi = M وي د i = 1,2, ...,n لپاره، نو په ډیری M کی له n -ځاییزواړیکو غږیږو یا دا n- ځاییزې اړیکي بولو.

بیلګه: موږ په لاندې کی غواړو چی یواځی شمیرپوهنیزې بیلګي راوړو.د دوه ځاییزو اړیکو لپاره بیلګي په لاندې ډول دي:

الف: M=د رییل اعدادو یا حقیقي ګڼونوپه ډیری او $(x, y) \in R \subset M \times M$ ، که x < y وي .

ب: لکه په الف) کی او $(x, y) \in R \subset M \times M$ ، که $x = y^2$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ: M =د ټولګټونو ډیری، $(x,y) \in R$ که x د y یو پرویشونی(مقسوم علیه) وي.

د ترنار یا دري ځاییزو اړیکو (n=3) لپاره لاندې بیلګه راوړو:

وي دې M =د ریبلګڼونو ډیری او $(x,y) \in R$، که z = xy (z = x+y)وي. دا چې په شمیرپوهنه کی د اړیکو لاندې د ډیریو کارتیزي ضرب یا ځل برخډیری پوهیږو، هدفمند دی چی، د ټولنډیری، غوښډیری او کومپلمنت(تکمیل-) ډیری، دډیریو تر منځ اړیکو باندې وغږیږو(دا مو ترمخه څیړلي). په دې ډول کمپلمنت یو دوه ځاییزه اړیکه R ده د ټولوجوړو (x,y) لپاره، د کومو لپاره چی x او y یو د بل سره په اړیکو R کي نه دي ولاړ یا قرار نه لري. غوښډیری $R_1 \cap R_2$ د ټولو جوړو(همداسی -n -ځاییز) ډیری ده چی په دواړو اړیکو R1 او R2 کی خوندي ده یا ځای لري .لوستونکی دې په بیلګو کی فکر وکړي، په کومو کی چی دا کلمي راځي. بر سیره پر دې د ډیریو ترمنځ له تش اړیکو هم غږیږو. د دې اړیکو لاندې د کارتیزي ضرب یاځل تش برخډیری پوهیږو .

بالاخره دا هم ګټور دی که له دې وغږیږو چی ایا R1 اړیکه په R2 اړیکه کی ځاي ده یعني R1 اړیکی د اړیکیR2 رخډیری ده، که نه ، د لیکلو دود $R_1 \subseteq R_2$ اوس دې M د انسانانو ډیری وي او R1 دې اړیکه » پلار د »او R2 اړیکه » واده له « وي. که $(x,y) \in R_1$ او $(y,z) \in R_2$وي، نو x د z د میرمنی پلار، یعني د z خوسر دی. که R3اړیکه » د... خوسر « وي، نو لرو : له $(x,y) \in R_1$)او $(y,z) \in R_2$ لاس ته راځي: $(x,z) \in R_3$

دا مو لاندې تعریف ته رابولي:

تعریف : وي دې $R_1 \subset M_1 \times M_2$ او $R_2 \subset M_2 \times M_3$ دوه ځاییزې اړیکی. نو د R1° R2ځل یا یوځایوالی (کمپو زیشن) په لاندې ډول د M1 او M2 ترمنځ اړیکی دي: (پام دې وي چی په دې تعریف او لاندې بیلګه کی له کیڼ و ښي لور ته لوستل کیږي)، داسی حالتونو ته دې د لوستونکو تل پام وي.

$$R_1 {}^{\circ} R_2 = \{[x,z] \mid x \in M_1 \ , z \in M_3 \ ,$$

$R_1 {}^{\circ} R_2 = \{[x,z] \mid x \in M_1 \ , z \in M_3 \ ,$ سره (x,z)€R2 او (x,y)€R1 شتون لري، د y€M1 یو }

(c) ketabton.com: The Digital Library

پس لرو $x\,(R_1 \circ R_2)\,z$ هلته او هلته که د یوه y لپاره xR_1y او yR_2z باور ولري.

بیلګه: وي دي:

$$M_1 = \{a,b,c\},\quad M_2 = \{\alpha, \beta, \gamma\},\quad M_3 = \{1,2\}$$

او

$$R_1 = \{(a,\alpha),(a,\beta),(b,\alpha),(c,\beta)\}$$

$$R_2 = \{(\alpha,1),(\alpha,2),(\beta,2),(\gamma,1)\}.$$

نو لرو

$$R_1 \circ R_2 = \{(a,1),(a,2),(b,1),(b,2),(c,2)\}$$

دبیلګي په توګه لرو $(b,1) \in R_1 \circ R_2$ ، ځکه چې $(b,\alpha) \in R_1$ او $(\alpha,1) \in R_2$

یادونه : کیدی شي چي R1 ° R2 تش اړیکي هم وي. دا حالت یواځي او یواځي هلته مخ ته پروت دئ ، که د کومی جوړې $(x,y) \in M_1 \times M_2$ لپاره یو $y \in M_2$ د پورته تعریف د خویونو سره سم شتون ونه لري یا موجود نه وي.

که R1 , R2 , R3 :د ډیریو M2 , M1 همداسیM3 , M2 او M3 , M4 تر منځ اړیکی وي نو د یوځایوالی یا ځنځیروني لپاره لاندې اسوشیاتیو قانون باور لري:

$$(R1 \circ R2) \circ R3 = R1 \circ (R2 \circ R3)$$

ښوونه یی د ضرب یا ځل تعریف د استعمال له لارې ساده ده. د اسوشیاتیو قانون اجازه راکوي چي له ډیر واره ضربولو یا ځلولو وغړیړو چی جوړول یی د نوکان ایښولو خپلواك دي. د ساده والی له دې R1 ، R 2,... ، Rm په ډیری M کی ۲ - ئیزې اړیکي وي .نو R1 ° R2 ° ..... ° Rm له ټولو هغو جوړو (x,y) جوړ دئ، د کومو لپاره چی غړي x = x0 , x1 ,..., xm-1 , xm = y موجود وي $(x_{i-1};x_i) \in R_i$ د سره د i = 1 , m , ...لپاره. موږ دې ته پام راګرځو، چی په ډیری M کی د اړیکو R2 , R1 یوځایوالی کی کموتاتیو قانون باور نه لري یعنی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$R_1 \circ R_2 \neq R_2 \circ R_1$$

پيژند: وي دې $R \subset M \times N$ يوه دوه ئيزه اړيکه. د R په څټ اړيکه R-1 R^{-1} بيا لاندې دوه ئيزه اړيکه د $R^{-1} \subset N \times M$ د N او M ترمنځ ده:

$$R^{-1} = \{ (y,x) \mid y \in N \ , \ x \in M, \ (x,y) \in R \}$$

د بيلګي په توګه اړيکه »کوچنی له « د ټولو ريېلو ګڼونو سټ يا ډيرۍ کی د» لوي له « په څټ يا چپه يا مخامخ اړيکه ده .

جمله: که R2 , R1 په M کی اړيکي وي ، نو لرو:

$$(R1 \circ R2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$$

او

$$(R_1^{-1})^{-1} = R_1$$

حل(اوبی) : دويمه غوښتنه د تعريف پسی ترلی لاس ته راځي. ددې لپاره چی لومړی مساوات حل يا ابی کړای شو، ليکو، چی $R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ څه مانا لري:

$R2\text{-}^{2} \circ R1\text{-}1 = \{ (x,y) \mid$

$R_2^{-2} \circ R_1^{-1} = \{ (x,y) \mid$ د دي سره y يو موجود دی $(x,y) \in R_1$ او $(y,x) \in R_2 \}$

$= \{ (x,z) \mid$ د y موجو د دی $(y,x) \in R_1$ او $(z,y) \in R_2 \}$

$= \{ (x,z) \mid$ دی $(z,x) \in R_1 \circ R_2 \}$

$= (R_1 \circ R_2)^{-1}$

پای

په دې برخه کی د اړيکو انځورولو غږيرو چی ليدوړ وي . دا طبعآ د پای سټ يا ډيريو لپاره کړای شو او چی نسبتآ کم غړي ولري. لومړی امکان يی د ماتريکس په څير انځورونه ده(دا دې زما د شميرپوهنی کتاب) بنسټونه (۱۱ الف برخه کی وکتل شي(او يا د يوه جدول له لارې. وي دی R M×N يوه اړيکه |m = |M او . |n = |N موړ د Rاړيکو ماتريکس لاس ته راوړو، په کوم کی چی موړ ته يو دوه ديمنزيونال) دوه

(c) ketabton.com: The Digital Library

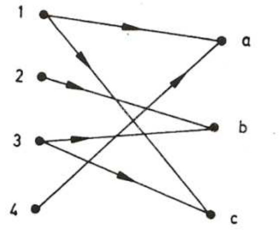
اړخیز یعنی جدول په هواره کی . یادونه : کربښه یو اړخ، هواره دوه اړخه او هوا یا فضا درې اړخیز بلل کیږی (Dimension پراخیدونی، دا په دې مانا، چی د بیلګي په توګه یو تن یا بدن یا هغه په ورسره بلد نامه جسم درې دیمنزینال دئ یانی درې لورو ته پراخیدی شي جدول په لاس راځي چی m لیکي او n درځونه ولري او هره لیکه همداسی درځ یو د M توکی همداسی د N توکی باندې تنظیم شي)

دلته باید هر توکی ټیك یوځل رامنځ ته شي(. د x € M لیکی یا کیلي د y€N د درځ غوڅي په ځاي 1 لیکو، که x,y) € R) وي په غیر له دې0 . په دې ډول R پوره تشریح شو. په M کی د یوې اړیکی لپاره جدول یو څلوری - بیزي - یا مربع ماتریکس د ی د | M |لیکو اودرځونو سره

بیلګه: وي دې M = {1,2,3,4}; N={a,b,c,d} او

R={(1,a);(1,c);(2,b);(3,b);(3,c); 4,a)}

نو د ماتریکس یا جدول په لاندې شیما کي ورکړ شوی دی



	a	b	c
1	1	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0

یا

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

«پورته او د راتلونکی مخ)

بل امکان یی د غشو دیاګرام انځورونه ده (لور لرونکی کربښی). د لته د M او N توکی یو په بل ولاړ انځوریږي او x ښخه و y ته »غشی وکاږي که $(x, y) \in R$ وي. دا

(c) ketabton.com: The Digital Library

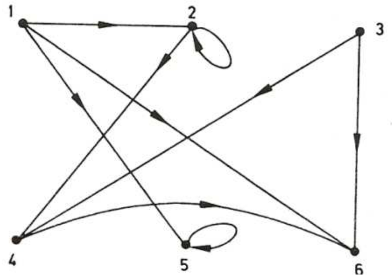
اړيکي په ش ؟؟؟ کي ليدل کيږي دا انځورونه داسی په نامه جوړه لورلرنکی ګراف ورکوي. که بالاخره R يو دوه ځاييزه اړيکه په M کي وي نو ګراف کيدی شي نور هم ساده وليکو.

د M هر توکی په يوه ټکي يا » غوټه « تنظيميږي او د M تنظيم شوي توکی سره په نخښه کيږي. نو بيا له x څخه و y ته بيا يو غشی کاږو، که R € (x,y) وي. يو لور لرونکی ګراف لاس ته راځي .

بيلګه : وي دې{1,2,3,4,5,6} = M { ،او

R={(1,2),(1,5),(1,6),(2,2),(2,4),(3,4),(3,6),(4,6),(5,5)}

د R ګراف په لاندې ښيره کی انځور شوې



ښيره ۶

دا څرګنده ده ، چی لکه څنګه چپه، داسی لوريز ګراف يوه اړيکه انځوروي. که وي (x,x)C R ، نود R ګراف په x کی يوه راګردونکی يا کړی لري.

د اړيکو لپاره ټاکلی کارونی يا کاروايي يا عمليي له دې انځوروني سره ښه بيانيدلی شي. د R لپاره جدول څخه د R د کملپمنت جدول لاس ته راځي، که د هر 0 په ځاي 1 او د هر 1 په ځاي 0 وليکل شي، په ښت اړيکي R^{-1} هغه جدول دی، چی ليکه) دا ما زياتو ځايونو کی کيله لکلی(د درځ) درځ يانی ولاړه کيله يا ليکه (په ځاي او درځ د ليکی په ځاي ځاي په ځاي شي) زما د شميرپوهنی کتاب۱۱ الف برخه دې پرتله شي(، نو ترانسپوني ماتريکس لاس ته راځي. جدول و R1 ° R2 ته د ماتريکسونو د ځل څخه لاس ته راځي) زما د شميرپوهنی کتاب ۶ الف برخه دې وکتل شي (د R1 او R2 جدولونو) په همدې لړبيرلپسی)که په ځل ماتريکس کی له 0 نابرابر په ځاي 1 ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

کړي. د R-1 ګراف د R له کراف څخه داسی لاس ته راځي چی د R ګراف کی « غشی راچپه یا راوګرځول شي«. د R1 ° R2 په ګراف کی د x څخه و z ته غشي شته که y لپاره یو غشی د x څخه و yته غشی موجود او له y څخه و z ته یو غشی موجود وي.

د دې ګراف سره د جملی ۹ الف ۱ ښوونه او د اسوڅاتیو قانون په ساده توګه لیدل کیدی شي. لوستونکی دې داجملي د ګراف په مرسته فرمول بندي کړي .

د اړیکو ځانګړي ټولګي

په ډیری M کی دوه ځاییزې اړیکی د M×M برخدیری په څیر ګڼو. په M کي یوه ځانګړې اړیکه کټمټوالی اړیکه په M کی ده او په لاندې ډول یی پیژنو یا تعریفوو

$I = \{(x,x) \mid x € M\}$

د I سره هر توکی خپل ځان سره په اړیکو کی ولاړ دی، مګر دوه توپیریدونکی توکی یو د بل سره په اړیکی I کی نه دي ولاړ. په څرګنده توګه باور لري .I = I-1 د I ګراف په هره غوټه کی یوه ګردونکي) کړی(لري. او په غیر له دې بل غشی نه لري. د I جدول یوونماتریکس دی
پیژند: اړیکه R په M کی رفلکسیو (reflexive)بلل کیږي، که باور ولري: $I \subset R$
دا په دې مانا چی د ټول x € M لپاره لروR € (x,y) د یوه رفلکسیو اړیکی ګرافیکي انځورونه کی ګراف په هر ټکي یوه کړی راګرځوي. د یوه رفلکسیو آړیکي بیلګه د رییل ګڼونو په ډیری کی د » کوچني یا لوي « اړیکي دي او په یوه هواره کی د غبرګو کرښو ډیری .د یوه رفلیکسیو اړیکی له مخه یو څو لاس ته راوړنی راوړو چی لوستونکی دی د ګراف له لارې و ازمایي

۱) که R رفلکسیو وي نو R^{-1}هم

۲) که R 2, R1 رفلکسیو وي نو R1 ° R2 هم

۳) که R رفلکسیو وي نو لرو $R \subset R ° R$ که یوه اړیکه R کومه جوړه x,x),x €) Mونه لري نو R ایرفلکسیو دی. دلته R ټیك هلته یعني هلته او هلته رفلکسیو دی چی د R کمپلمنت ایرفلکسیو وي. اړیګي » و... ته اورتوګونال« یو ایرفلکسیواړیکه ده د

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوې هوارې د کرښو ډيرۍ کی ، ځکه چی کرښي د خپل ځان سره پخپله اورتوګونال نه دي يا په بل عبارت : هيڅ کرښه د ځان سره اورتوګونال ده يانی په ځان نيغه نه شی دريدلی. په ايرفلکسيو ګراف کی کوم ټکی ګردۍ يا کړۍ نه لري.

دا په ګوته کوو چی، يوه اړيکه هم نه رفلکسيو او هم ايرفلکسيو کيدی شي. ددې سره سم د ا دا مانا لري چی R «رفلکسيو نه دی«، نو يو x شته د کوم لپاره چی لرو (x,x) € M

پيژند: يوه اړيکه R په ډيرۍ M کی سيومتري بلل کيږي، که له) x,y) C R (څخه لاس ته راشی .) y,x) € R (په نورو کليمو: دی x,y)€ R) ټيك هلته يا هلته او هلته يا هلته اوپه څټ، که) y,x) C R (وي او همداسی که R = R-1 وي.

د يوه سيومتري اړيکی ګراف اړيکي کی ټيك هلته له x و y ته غشی شته که له y و x ته هم يو غشی موجود وي. سړی واي چي لوريز ګراف سيومتريك دی. د سيومتري اړيکو ماتريکس سيومتريك دی، په دې ډول چی په اصلي نيمي) قطر(يوه هندارونه) له کيڼ پورته و ښي لور کښته ته (په خپل ځان پريوزي.

بيلګه : اړيکي » غبرګ و... ته«) يا » اورتوګونال Orthogonal و... ته «(د يوې هوارې کرښي يو سيومتري اړيکه ده. اړيکی » ورونه د« په همدې ډول د انسانانو په ډيري کی سيومتريك اړيکي دي .

پيژند : يوه اړيکه R په ډيرۍ M کي اسيومتريك، که له (x,y) € R څخه لاس ته راشی y,x) € R (.

د دې سره يوارزښته دا هم دی.

په اسيومتري اړيکو کی زيات تر زيات يوائي د يوې لورې يو غشی شته او له دواړو خواوو دا ناشونی يا ناممکن دی. ددې په څټ مانا لري R «نا سيومتري دی« ټيك هلته چی يو غشی) x,y(موجود وي، په کوم کی چی په څټ يا چپه لورکی دا غشي « (y,x)نه وي موجود.

(c) ketabton.com: The Digital Library

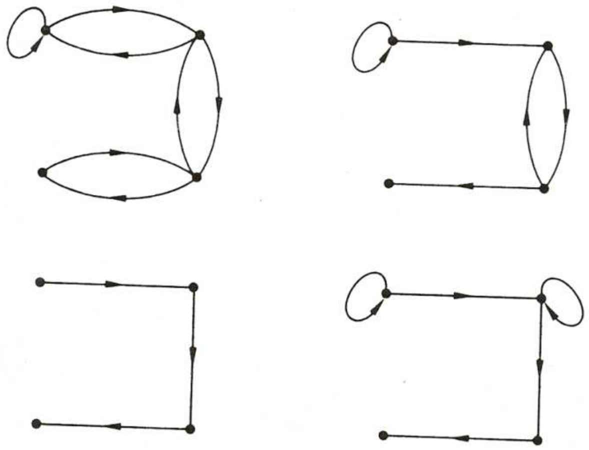
د بیلګي په توګه اړیکی » لور د« یا »ځوي د «اسیومتري دی د ټولو انسانانو په ډیري کی. یو اسیومتري اړیکه حمتي ایرفلکسیو ده) په ګراف کی ګردی یا کړی نه شته .)ځګه چی له R € R (x,x) لاس ته راځي R € (x,x) ، نو یو مخامخوالی یا تضاد دی. که R اسیومتري وي، نو-۱ R هم .بیرته اړیکي شته چی نه سیومتري وي او نه اسیومتري. د اړیکي د » ورور د « د ټولو انسانانو په ډیری کی دا حالت دی. سړی د نا سیومتري او اسیومتري اړیکو ترمنځ توپیر باید وکړای شي. بالاخره یوه دریمه کلیمه هم شته، کومه چی له دواړو توپیر لري

پیژند : یوه اړیکه R په ډیری M کی انتیسیومتري بلل کیږي، که له R € (x,y) او (R € (y,x څخه لاس ته راشی x = y .

له دي سره ورته (اکویوالنت) دی $R \cap R^{-1} \subset I$.

په یوه انتیسیومتري اړیکی کی کیدی شي ددوه مختلفو ټکو ترمنځ زیات تر زیات یو غشی) یواځي په یوه له دي دوه لوروجود ولري(چی د اسیومتري اړیکو په خلاف ګردوني) کړی)هم وجود لري.

بیلګه : اړیکی » کوچنی یا مساوي «(≤)د طبیعي اعدادو یا -ګټونو ډیری کی انتیسیومتري) او رفلکسیو(دی همدا ډول د یوي ځای په ځای ډیری برخډیریو اړیکيA B ⊂,د برخډیریو A,B لپاره انتیسیومتري دي .په لاندي څیرو کی لومړی ګراف یو سیومتري ښايي، دوهم نه سیومتریکي) مګر نه اسیومتریکي(، دریم یو اسیومتریکي او څلورم یو انتیسیومتریکي اړیکي په ګوته کوي. .څیره ۷



(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند : یوه اړیکه R په یوې ډیرۍ کي ترانسیتیو ده،که له (x,y) € R او (y,z) € Rڅخه
لاس ته راشي (x,z) € R د دي سره مساوي ارزښته لاندې شرایط R R ° R هم دي

څیره ۸

د Rاړیکی ګراف لپاره ترانسیتیویتيTransitivity په دې مانا دی، چی د x څخه و yته د غشي موجودیت او له y څخه و z ته د غشي موجودیت څخه د غشي موجودیت له x څخه و z ته لاس ته راځي .

بیلګه : اړیکی » یو سرك د .. په منځ کی موجود دی « د یوه هیواد ښارونو په ډیرۍ کی ترانسیتیو دی، اړیکی ≤ په R کي ترانسزیتیو دي، همداډول ترانسیتیواړیکه ده، د ډیرۍ M په پوتنځډیرۍ P(M)کی
هرې اړیکی R ته په M کي یو یواځنی تاکلی » کوچنی » ترانزیتیو اړیکه T په M کی موجود ده د T ⊂, R سره .دلته » کوچنی « په دې مانادی، چی S « ترانسیتیو

دی او له » S ⊂, R لاس ته S ⊂, T راځي. نو Tداسی لاس ته راځي

T = {(x,y)| (x,y) € R او یا غړي z0 , z1 ....zm شته د

(x,z0) € R, (zi-1,zi) € R , i = 1,...,m او (zm,y) € R } د R اړیکی ګراف کی، دا په دې مانا دی، چی د x څخه و y ته یو غشي کښل کیږي که څوك د یوه تاکلي غشي) د Rپه اوږدوالي له x څخه و y ته راتلی شي. اړیکي T د اړیکی R ترانسیتیو پټونی، پوښ یا(سمڅ) بلل کیږي.

بیلګه : په مخ ته تیر سیومتریك لپاره پیژند کی ښی ګراف د کیڼ ګراف انځوروني لپاره یو ترانسیتیو پټوني دی یا سمڅ ده .

(c) ketabton.com: The Digital Library

ایکویوالنتریلیشن یا برابرې اړیکيیادونه

دې ته که هم ارزښته - یا همغه ارزښته اړیکی ووایو ښه به وي، خو ما دا په کتاب کی برابرې اړیکی بللي . د اکو -یوالنت مانا هم ارزښته ده .

پیژند یا تعریف :

په ډیری M کی یوه اړیکه R برابر اړیکه یا هم ارزښت اړیکه بلل کیږي، که هغه رفلکسیو، سیومتري او ترانزیتیو وي. که xRy وي نو وایو چی x : و y سره برابر دی) د اړیکی R لاندې)

بیلګه :

د مساوات (برابرون) اړیکه یوه برابر اړیکه ده (هر توکی یوائې و خپل ځان سره برابر یا د ځان سره اکویولیت دی(. اړیکه » غبرګ و....ته « په هواره کی د کرښو ډیری کی برابر اړیکه ده. په Z کی د xRy اړیکه ، که x او y د 5 باندې ویش سره همغه پاتی) باقي(ولري، برابر اړیکه ده . په M کی دې R یو برابر اړیکه وي او x € M, نو لیکو: $R[x] = \{ y \mid (x,y) \in R \}$

او R[x] د x برابر ټولګي و R ته بولو R[x] .د ټولو x څخه د R لاندې د M توکو څخه جوړ دی.

جمله : دوه هم ارزښته یا برابر ټولګي R[x] او R[y] د R هم ارزښته اړیکو له مخی یا کټمټی دي او یا پردی..

حل یا اوبی: R[x] او R[y] دې بیګانه نه وي. موږ ښایو چی دانو ګټمټی دي. موږ یو غړی z له R[x] ∩ R[y] ټاکو، چی باور لري (R € (x,z) اوR € (y,z) پس (z,y)€R هم. له دې سملاسي لاس ته راځيR € (x,y) ، ويدې v €R[x] په خوښه،

نو R € (v,x) لرو. د R € (x,y) له امله لاس ته راځي R € (v,y) او له دې امله v € R[y], باور لري :

(c) ketabton.com: The Digital Library

R[x] ,⊂ R[y]

په ورته ډول ښايو چې R[x] ,⊂ R[y] او له دواړو لاس ته راځي R[y] = R[x] .

پيژند : وي دې M يو ډيرى او Ai , i € I يود ناتشو د M برخډيريو ډيرى Ai.د M ډيرى پارتيشن (Partition)تجزيه يا ټوټونه جوړوي، که له i ≠ j څخه Aj = θ ∩ Ai لاس ته راشي او که ولرو

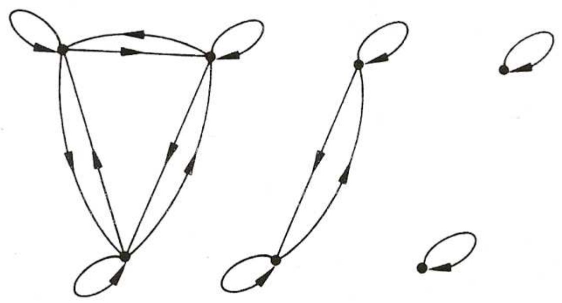
$$\bigcup_{i \in I} A_i = M$$

وايو: ډيرى M د Ai څخه پردى ټولنه ده.

جمله : په M کی د يوه ورته اړيکی پسی Ai ورته ټولګي د M يوه تجزيه يا ټوټونه جوړوي.

حل (اوبی) : دا يو شرط د اخرنی جملی څخه لاس ته اځي. دا چی يو ورته اړيکه رفلکسيو ده، نو تل باور لري x € R[x] او له دې امله هر د M توکی په يوه برابر ټولګي کي پروت دى*.

په ګراف کی په ساده توکه پيژندل کيږي چی برابر اړيکی ورته ټولګي دي. دا په ګراف کی د ټکو هغه ډيرى ده، په کومو چی. دوه ټکي په يوه غشي سره تړلي دي. د بلی څيرې ګراف (لاندې څيره) يو ورته اړيکه انځوروي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

موږ وليدل چې د ډيرۍ M هر ورته اړيکې پورې په M کې يوه تجزيه يا ټوټونه اړه لري. له دې يې په څټ هم باوري کيږي. وې دې Ai , i € I په M کې يوه تجزيه يا ټوټونه ده، نو کيدی شي چې په M کې يوه اړيکه R په لاندې ډول تشريح شي.

دا چې R € (x,y)هلته او هلته باور لري، کله چې يو i € R شتون ولري د x€ Ai او y Ai€سره. په ساده ډول ليدل کيږي چې داسې اړيکه R يوه برابرون - يا مساوات اړيکه ده او د هغې ورته ټولګي همدا د Ai ډيرۍ دي. د تجزيې څيړنه په همغه مانا ده لکه د برابر اړيکو څيړنه کيدی چې برابرون اړيکې R د برابرون نخښونې ټوليزوالې ياعموميت په توګه ونيول شي. اړيکه R وايي يا افاده کوي، چې توکي x,y د xRy سره، د يوه ځانګړي ليددود له مخې »برابر يا مساوي« وليدل شي. دا ډيرواره د x او y لپاره دمساوي ارزښت « نخښو يا علامو« د M توکو خويونو په څير افاده کيدی شي يا ويلکيدی شي. دوه نفره ورته بلل کيږي، که يو ډول سترګي يا همغه تابيعيت يا يو ډول غوړونه اوداسې نور ولري. دوه ټولګيونه ورته دي، که د يوه ټولګي سره په ويشلو وروسته همغه پاتې ولري .يو ورته ټولګي د دې نخښو يو ټاکلې ارزښت په ګوته کوي.

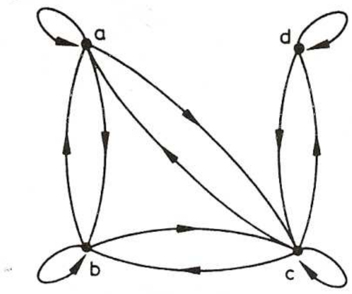
حالت په بل ډول دی، که اړيکې S سره د انسانانو په ډيرۍ کي xSy وي، داسي چې x او yپه يوه شريکه ژبه باندې واك ولري S .رفلکسيو او سيومتريك دی ، مګر په ټوليزه يا عمومي توګه ترانزيتيو نه دی. داسې اړيکي زغموالي اړيکې يا زغموړ اړيکې (تحميلکيدونکي اړيکي) بلل کيږي. ځکه چې x او y يو بل »زغمې« يا»تحمل« کوي، په داسې توګه چې يو له بل سره په خبرو پوهيږي. دلته د ورته ټولګي په ځاي د زغم - يا تحمل ټولګي منځ ته راځي، د جوړه زغموړ يا تحمل کيدونکو توکو , x,y دا په دې مانا د توکوسره .xSy دا په ټوليزه - ياعمومي توګه نور جوړه ډوله بيګانه نه دي. يو غوره بيلګه يې په ډيرۍ M کې داسې لاس ته راځي چې د توکو لپاره يې واټن d ټاکلې وي .

اړيکه R داسي پيژندلکيږي xSy :هلته او هلته، که d(x,y) ≤ a د يوه کره څرګند a > 0 لپاره باور ولري. دا توکي يو له بل سره د زغموړ يا تحملوړ دي، که د هغو واټن يا فاصله زيات تر زيات مساوي a وي، يعني که دا توکي زيات تر زيات يو له بل څخه aتوپير ولري. که M = R وي، نو د بيلګي په توګه |d(x,y) = |x-y يو ناسب واټن دی. لاندې څايره ديوه تحملووالي اړيکه په ګوته کوي، که کوم کې چې {a,b,c} او { c,d}زغملوالی - ياتحملوالي ټولګي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نظم اړیکی

په ډیرو حالتونو کی ، له شمیرپوهنی دباندې کیدی شي د ځانګړو ډیریو توکو ترمنځ اړیکی لکه » کوچنی له » ، «کم له « ، »کمزوربله «، » خوندور له« او داسی نور ، ولیدل شي. د ټولو دا ډول اړیکو ترمنځ شریکخویونه شته، چی په ګڼپوهنه کی د اړیکو د بنسټ په توګه ټاکل کیدی شي،



پیژند: په ډیری M کي یو نظم اړیکه یا لنډ نظم، رفلکسیو، انتیسیومتري او ترانزیریتیو آړیکه R ده.

که R یو نظم وي او R € (x,y)، نو زیات وخته داسي هم لیکو x ≤R y یا x ≤ y .

که R € (x,y) او x≠ y وي، نو ددې لپاره لیکو x <R y ، په داوړو حالتونو کی ایندکس یا پیژند نخښه نه لیکو، که څرګند وي چي کوم نظم مو غوښتنه یا مطلب دی .

بیلګه : اړیکه » کوچنی یا برابره« د ریبلو ګڼونو ډیری کی یو نظم دی. اړیکی » په کی ځاي ده یا په بر کی نیولی ده یا خوندې ساتي« د هره ډیری توان)پوتنځ(ډیری کی نظم دی. اړیکه x y ویشي » د طبیعي ګڼونوډیری کی نظم دی .د پورته کلیمي تر څنګ د کلك نظم کلیمه هم موجود ده. یو کلك نظم په M کی یوه اسیومتري او ترانزیتیو اړیکه ده. اړیکي R ته د S € (x,y) سره S هلته او هلته یو کلك نظم اړیکه ده، که وي . x <R y ددې په څټ هم باور لري

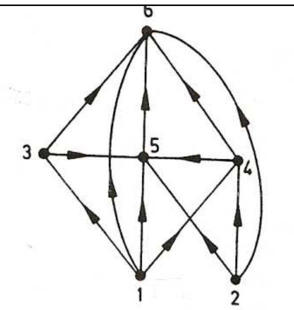
(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند: دوه د ډیرۍ M توکي x , y په M کې د اړیکې R په نسبت یو بل سره پرتله وړ یا مقایسه وړ دي که $(x,y) € R$ او $(y,x) € R$ باور ولري..

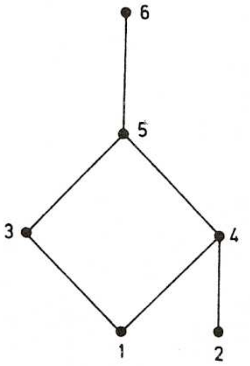
په دې ډول هر توکی د خپل ځان سره پرتله کیدونکی دی. مګر په تولیزه توګه نسبت و نظم R ته هر دوه توکي پرتله کیدونکي نه دي. لکه په یوه توان ډیري M کی $|M| > 2$ |تل یو برخه ډیری په بل برخه ډیري کی خوندي نه دی.. په طبعي یا پیدایښتي ګڼونو ډیري N کي نسبت و نظم x y « ویشي » هم دوه طبیعي ګڼونه د پرتلي وړ نه دي. دا مو لاندې ته راهڅوي.

پیژند : یو نظم R په ډیری M کی توتال یا پوره بلل کیږي، که د M هر دوه توکي نسبت و R ته پرتله وړ وي. په بل ډول R ټوټه نظم یا برخه نظم ویل کیږي) په انګلیسي کی (poset for partially orderd set

بیلګه : نظم » کوچني یا برابر« په ریېلو ګڼونو کی یو توتال یا ټول یا مکمل نظم دی. د M توان ډیری $|M| > 2$ کي خوندې ساتنه یا ځایونه یو برخه نظم دی، همدا ډول اړیکي « x ویشي » y په(Z د ټولګڼونو ډیری(کی دا په داسی ګرامري ټیك وواېو :په Z کی په x باندې y ویشلی(. موږ یی داسی لولو y,x ویشي، خو ما ځکه بیل سره ولیکل چی اشتباه منځ ته رانه شي:



.4.1 شکل

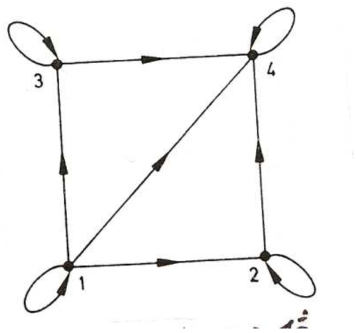


د نظم اړیکو انځورونه په یوه پای ډیری M کی کیدی شي د په نامه هازې Hase دیاګرام نظم له لارې ساده شي. دا په دې ډول لاس ته راځي : د M هر توکي لپاره یو ټکی ټاکي او د همغه ټکی سره یې په نخښه کوي. ټکی a , b ټیك هلته په یوه پای کرښي سره تړل کیږي، که a , b یو له بل سره پرتله کیدونکي وي او » ګاونډي« وي. دلته b د a پورته ګاونډی دی) په انګلیسي کی ,)" b covers a " که $a < b$ او کوم c موجود نه وي، د کوم لپاره چی باور لری ($a < c < b$ د a او b ترمنځ کومه c نه شته(. که b

(c) ketabton.com: The Digital Library

د a پورته ګاو ندی وي نو aد b ښکته یا کښته ګاونډی دی ، یعني a او b ګاونډي دي یا ځنګ په ځنګ. ددې لپاره چې نظم د هازې-دیاګرام څخه په یوازینې توګه بیرته جوړ کړو، نو په دې پریکړه کوو چې b له a پورته کاږو،که b > a صدق ولري. اړیکی R په ساده ډول اوس د هازی-دیاګرام څخه بیرته جوړولی (recunstruction) شو > a : bهلته او هلته که له هازې-دیاګرام څخه د کرښو یوې پرلپسی) له لاندې و پورته لور ته (له لارې له a څخه و ټکي b ته راشو. د هازې-دیاګرام کی ټولی کړی، د غشو لورې او ټول غشي، کوم چې ترانزیتیو -یتي له لارېلاس ته راځي، د R ګراف څخه لرې پریښوول کیږي .

بیلګه : په ډیري {M = { 1,2,3,4,5,6 کی یو نظم د هغه ګراف له لارې ورکړ شوې،)لاندې ځیره دې وکتل شي(. هازې-دیاګرام له دپامله لاندې ځیره لري، ځیره دې وکتل شي) ځیره دې وکتل شي



د نظم شوو ډیریو لپاره نورې کلیمي چې زیاتی استعمالیږي هم راوړو. وي دې M یو ډیري د اړیکی R سره او M ⊂,A دې یود M برخه ډیری وي. یو توکی a € A د A لوي توکی یا ماکسزیموم بلل کیږي، که د ټولو x € A لپاره باور ولري x > a. نو a په Aکی او له ټولو x € A سره پرتله کیدو -نکي ده او داسی نور، لویه یا برابره د هر x € Aسره. په همدې ډول د A مینیموم یا کوچنی توکی هم توضیح شوی دی. موږ په دې ټینګار کوو چې په عمومي توګه د یوه منظم ډیري هر برخه ډیري ماکسیموم یامینیموم نه لري .لوستونکي دې بیلګي ورکړي. ګورو چې که ماکسیموم یا مینیموم موجود وي نو یوازینی موجود دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که M ⊂, A وي، نو a € A د A ماکسيمال توکی نوميږي، که له x € M او x ≤ a
لاس ته راشي .a = x په نورو خبرو سره: د هيڅ x€ M لپاره باور لري .a < x دلته دا
نه دي غوښتل شوي چې a د A د ټولو توکو سره پرتله کيدونکی وي، مګر a د ټولو
x € Aڅخه لويه ده، د کومو سره چې پرتله کيدونکی ده .طبعآ ماکسيموم يو مکسيمال
توکی دی، مګر نه په ځټ يا بر -عکس. په ځانګړي توګه کيدی شي يو برخه ډيری A
ماکسيمال توکی ونه لري يا ډير ماکسيمال غړي ولري، يو ساده بيلګه دا څرګند کړي .
R دې په M={1,2,3,4} کی يو نظم وي، چې د لاندې ځيرې) ځيره (په ګراف
کی ورکړ شوی دی. نو بيا د A= {1,2,3} ډيری دوه ماکسيمال توکي لري، په نامه 2
او 3 مګر ماکسيموم نه لري.

يو مينيمال يا کوچنی توکی m د يوه m له A څخه توکي په ځير، په ورته توګه ځر
ګنديږي، د کوم لپاره چې x C A د x < m سره نه شته. که A پايډيری وي، نو تل
ماکسيمال يا لوي او مينيمال يا کوچنی توکي شته.

که M ⊂, A وي، نو يو g € M (نه حتمآ په A کی) شته چې د A لاندې پوله يا
اينفيموم)Infimum (بلل کيږي، که g ≤ x وي د ټولو x € M لپاره او کوم g1 > g
وجود ونه لري، چې هغه هم دا خويونه ولري(gله دې خويونو سره لوي يا ماکسيمال
توکی دی).

په ورته توګه د A پورته پوله يا سوپريموم (Supremum) هم ورکړ شوی، د يوه
مينيمال يا واړه يا کوچني توکی G € M په ځير د لاندې خويونو سره، چې x ≤G د ټولو x
€ Aلپاره.

يو مينيموم تل اينفيموم Infimum وي او ماکسيموم تل يو سوپريموم Supremum وي.
په ټوليزه توګه حتمي نه ده چې يو اينفيموم يا سوپريموم دې موجود وي، او په
ټوليزهتوګه يواځنی تاکلي نه دي، دا په دې مانا چې کيدی شي زيات اينفيمومه يا

سوپريمومه موجود وي.

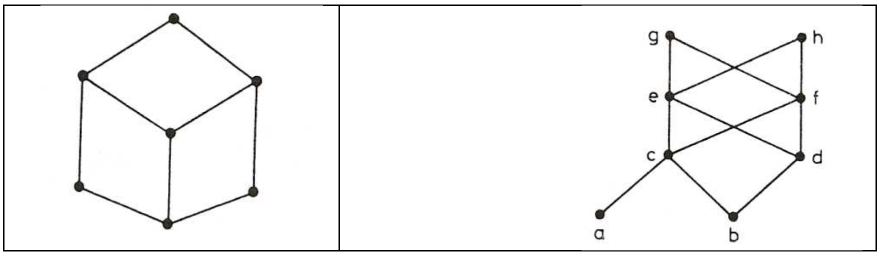
يادونه : د دې د A د پورته پولي يا کښته پولي تعريف تر ځنګ يو بل امکان هم شته. دا
په دې کی نغښتی چې نه ماکسيمال توکي) همداسی نه مينيمال توکي (بلکه ماکسيموم)
همداسی مينيموم (کليمي وکارول شي. د M ⊂, A لاندې پوله به ماکسيموم (که

(c) ketabton.com: The Digital Library

موجود وي) د ټولو توکو $M \in x$ ډيرئ وي د کوم لپاره چي $x \le a$ د ټولو $a \in A$
لپاره باور لري. په ورته ډول د پورته پولی لپاره هم. له دې پيژند يا تعريف سره هم په ټوليزه يا عمومي توګه برخډيرئ A بی له پورته يا کښته پولی) او حتی د پاي ډيريو لپاره هم (، مګر پورته يا کښته پوله يواځنی ټاکلی، که موجود وي .د لاندې لاتيس)
english: lattice, Deutsch:Verband)ما په خپلو کتابونو کی د تړنی يا تړاو په نامه نومولی دئ -پيژند يا تعريف لپاره دا بی تاثيره ده چی کوم تعريف ټاکل شوی دی .

بيلګه : ډيرئ $M = \{ a,b,c,d,e,f,g,h\}$ د نظم $\le$ سره د هازې-دياګرام سره ورکړ شوی. (ځيره) ، نو e او f هر يو د $A = \{c,d\}$ سوپريموم دی،دلته $A = \{ g,,h\}$ سوپريموم نه لري ، $A = \{ a,b\}$ اينفيموم نه لري او $A = \{ c,d\}$ يواځنی اينفيموم b لري . يو مهم د برخه ئيزې نظم شوې ډير ټولګی داسی په نامه تړونی (Verbände , lattice)دی. په لاتيس کی هر له دوه توکو جوړه شوې ډيرئ يواځني وي اينفيموم او ماکسيموم لري. په لاندې ځيره کی)ځيره (د هازې-دياګرام لاتيس انځوروي) د تړونی يا لاتيس لپاره دې زما د الجرونو کتاب وکتل شي .)

يو مهم د برخه ئيزنظم شوي ډيري ټولګي داسی په نامه تړونی(Verbände , lattice)
دی. په لاتيس کی هر له دوه غړو جوړ شوی ډيری يواځني وي اينفيموم او ماکسيموم
لري. په ځيره ، ۴ . ۴ ګي د هازې-دياګرام لاتيس انځوروي(که چيرې مو
لاتيس په دې کتاب کی ونه ځيره نو دا د نورو ژبو په بنسټيزو کتابونو کی شته).



د بيلګي په توکه د N څخه لاتيس جوړيږي د نظم اړيکو R سره، دی xRy که x باندېy وويشل شي. د x او y سوپريمومو ك ګ ځ دی او اينفيموم يی غ ګ و.

(c) ketabton.com: The Digital Library

خیرونه

د ډیریو M او N ترمنځ ډیري اړیکي متني دا مانا لري چې د M توکی د N توکو

ترنه ۳ :

د کلیمي «اړیکي»(روابط) "Relation" پیژند:

یوه اړیکه له دوه شیانو څخه جوړه ده:

۱ – یوه وینابنه

۲ – یوه جوړه، چې دا وینا یې پوره کوي(چې وینابنه یوه رښتیا وینا کوي)۰

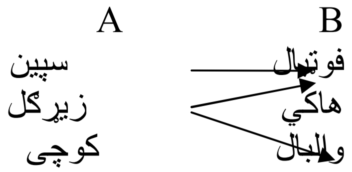
بیلګه :

دیوې کورنی د توکو(غړو) سټ A دې ورکړ شوې وي او B د لوبو سټ۰

B	A
فوټبال	سپین
هاکي	زیرګل
والبال	کوچی

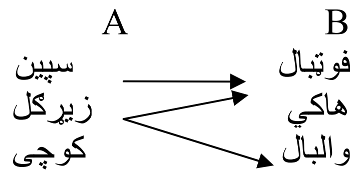
د دواړو ستونو ترمنځ یوه بینار(دوه ځایزه) وینابنه دی یوه وینابنه وي، چې سړی A د Bلوبی کوي۰

سپین فوټبال لوبه کوي، زیرګل فوټبال او والیبال لوبې کوي

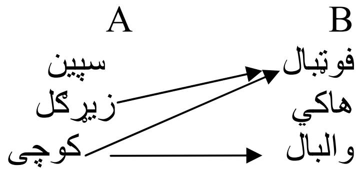


(c) ketabton.com: The Digital Library

نوري بيلګی
ترمخه موږ لاندې ستونه منځ ته ر اوړي اودرلوده مو:



موږ اوس دواړه ډېرى يا ستونه A او B ساتو ، مګر د دوي ترمنځ نوي اړيکي غواړو وپيژنو يا تعريف کړو:
بينار(دوه ييزې) اړيکې دي اوس داسي وي، چې « لوبه کوي» او « دا لوبه کوي» نور نه وي۰
د دې برسيره دي اړيکي « لوبه کوي » لاندې درې جوړې ولرى :
زيرګل د فوټبال لوبه کوي
کوچی د واليبال لوبه کوي
کوچی د فوټبال لوبه کوي
د خيرې په خير انځور يرې:



ياني A د B لوبه کوي
ليدلکيرې، چې د دوه ډيريو ترمنځ مختلفې اړيکي منځ ته راتللی شي يا ټينګيدلی شي۰

شننيزه انځورونه
مخ ته تيرو مخونوکې مو زده کړل، چې يوې اړيکې پورې دوه شيان اړه لري: يوه وينا بنه او يوه جوړه، چې دا وينابنه پوره کوي۰
کله اړيين نه دي يا نه شي کيدی، چې ټولې جوړې ورکړای شو، کومې چې په يوه اړيکې پورې اړه لري۰

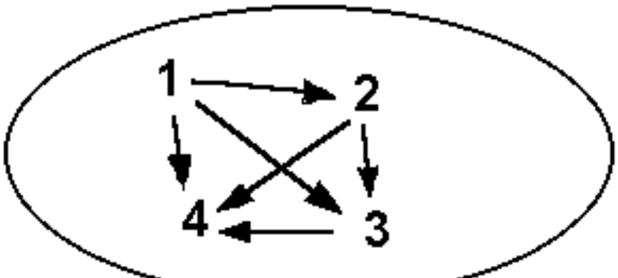
بيلګه ۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سټ {1,2,3} A = او سټ B={1,2,3} دې ورکړ شوي وي٠ وينابنه کوچنی له يا لنډ <
هر زده کوونکی پوهيږي، چې جوړې (1/3),(1/2) او (2/3) دا وينابنه پوره کوي٠
جوړو ګټلو ته اړنه يو، بلکې دا د وينابنې مخ ته پرتې سټ A او B ته٠

بيلګه ۲
په ځانګړې توګه دا هلته له پامه غورځول کيږي، چې ټولې جوړې وشميري، کله چې وينابنو ته مخ ته پراته سټونه يا د سټونو لويې وي او يا ناپای٠
بيلګه : سټ : $A = B = \{1, 2, 3, \ ... \}$
وينابنه: له پورته ليدل کيږي چې بيخي ناشوني ده، چې ټولې جوړې وشميرل شي، چې دا وينابنه پوره کوي٠

بيلګه ۳
کله کله اړيکه بيخي نه شي انځوريدلی٠
بيلګه : که ډېری يا سټونه نارينه =M او ښځينه =F وينابنه کې راوستل شي، چۀ « واده له سره »٠
دا څوک نه شي شميرلی(ګټلی)، چې څوک له چا سره واده دی او دا نه په برخه اخستونکو سټونو M او F کې ورکړ شوي٠
د يوې اړيکې تيوپ يا ډول
اړيکه په دوه ګروپونو ويشل کيدی شي٠
۱ – ددوه ډېريو ترمنځ اړيکې
۲ – د يو ه سټ په دننه کې اړيکې
تيوپ ۱ – موړ وپيژند
د تيوپ ۲ - لپاره بيلګه لاندې اړيکې دي(چې په څيره کې کښل شوي دي):



x له y څخه کوچنی دې

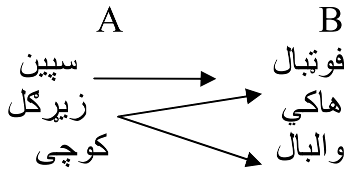
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخ ته تیرو بیلګو په مخامخوالي یا تضاد دلته د سټونو د توکو ترمنځ اړیکی پرتې دي بنسټ سټ ، موخه سټ

Erklärungروښانه ونه

د سټ A (بنسټسټ) او B (موخه ډیری) په اړیکو کې په ریښتوني   د مخ ته ورشو (کوچی ، زېرګل) همداسې ورپسې ورشو (فوټبال، والیبال) اړیکې هغه توکي جوړوي، چې په کارونه کې ونده لري٠

A د لوبغاړو نومونه دي او B د لوبو نومونه دي



بنسټډیری یا - سټ Universal set(domain): {سپین ، زېر، کوچی }

موخه سټcoddomain : { فوټبال ، هاکي ، ولیبال }

domain   ترمخورشو : { زیرګل ، کوچی}

codomain   ورپسې ورشو :{ والیبال ، فوټبال}

ځنې شمیرپوهان دا مخورشو او همداسې پسې ورشو، تعریفسټ ، ارزښت سټ یا تعریفورشو همداسې ارزښتورشو بولي

Relationstafelد اړیکو تخته

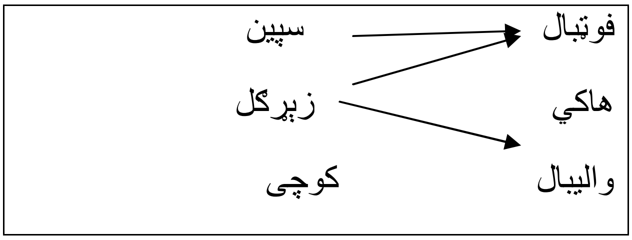
تراوسه مو تولې اړیکې د غشیدیاګرام له لارې انځور کړې٠ یو بل شونوالی یا امکانات یې د اړیکو تختې له لارې انځوروونه ده:

د دې لپاره د بنسټ سټ او موخه سټ توکي په یوه جدول کې لیکو٠ د بنسټ سټ توکي په پورته لیکه کې لیکو اود موخه سټ توکي په کیڼ درخ یا کینه مټه کې لیکو٠

په صلیبونو(x)سره هغه پیژند یا تعریف ورکول کیږي، چې د موخه سټ په توکي باندې د بنسټ سټ یو توکی تنظیم شوی وي٠

د بیلګې په توګه بیرته همغه د لوبو سره بیلګه راوړو

(c) ketabton.com: The Digital Library



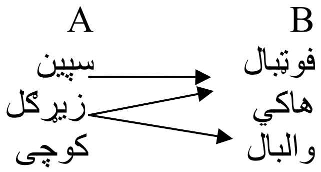
په دې پورې اړونده اړيکتخته په لاندې ډول ليدل کيږي

	سپین	زېرګل	کوچی
فوټبال	x	x	
هاکي			
واليبال		x	

د کواوردينات سيستم انځوربنه
تراوسه مو اړيکي د غشيدياګرام او اړيکتختو له لارې انځور کړي٠ اوس يو دريم شوونوالى يا دريمه شوونتيا يا امکان غواړو وپيژنو:
انځورونه په يوه کواوردناتسيستم کې :

د بنسټ سټ توکي په پروتمحور (x -محور)په نخښه کوو او د موخه سټ توکي په ولاړ (x- محور)محور په نخښه کوو٠
د ټکو سره هغه د بنسټيرى توکي او ورسره د تنظيمديرى تنظيم توکو ټاکلي وي

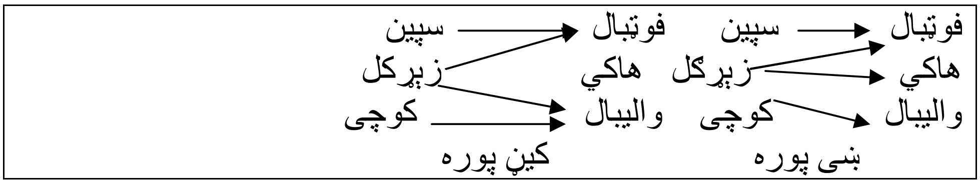
بيلګه
د بيلګى په توګه بيرته هغه بيلګه د لوبو سره بېلګه ټاکو:



په کواوردناتسيستم کې انځورونه داسې ليدل کيږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

کڼې پوره کيدونکی اړيکې :
د Aڅخه هرتوکی کم له کمه د B په يوه توکي تنظيميږي(پيژندورشو يا مخ ته ورشو او بنستيزه سټ کټمټ دي)
ښي پوره اړيکې : دB   هر توکی کم له کمه د ځيرې په توګه منځ ته راځي (پسې ورشو او موخه سټ کټمټ دي)



ښی يواځنی اړيکې

د بنسټديری (کيڼ)   هر توکی په زيات ترزياته د موخه ډيری (ښی) باندې تنظيميږي٠

پام مرسته : غشي ښي « ښيلوريز) يواځنی دي٠

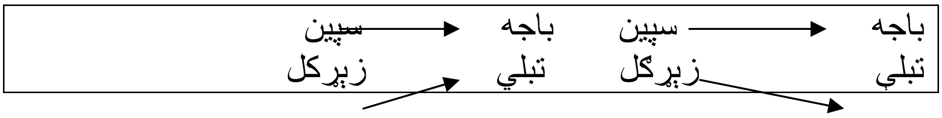
کيڼ يواځنی اړيکې :

د ښی ډيری هر توکی زيات ترزياته يو وار د يوې ډيری (کيڼډيری) د ځيرې په ډول منځ ته راځي٠

پام مرسته : غشي ښي لورته يواځني دي٠

ناټيکوالی!

يا دا لاندې، چې د توپونو(غونډوسکو) په ځای موزيک الې ورکړ شوي دي



(c) ketabton.com: The Digital Library

رباب ← کوچی کېنۍ پواځنی	رباب ← کوچی ښی پواځنی

تابع یا فنکشنونه د اړیکو ځانګړی حالت:
یو کینپوره کیدونکی او ښی یواځنی اړیکې یواځنی اړیکې بلل کیږي (فنکشن او یا ځیرونې)

په غشیدیاګرام کې یوه تابع یا فنکشن په دې پېژندل کیږي ، چې د په هر توکی ټیک یو غشی پیل کیږي

په ځټ اړیکې : په ځټ اړیکو کې

۱ – مخ – او پسې ورشوګانې سره بدلیږي(پیژنددیری او ارزښتدیری)

۲ – وابیابلې یا اوښتونې سره بدلیږي

رفلکسیو اړیکې یابیرته راګرځیدوني reflexive relations

دیاګرام : په هرتوکي یوکړۍ غشی شته

رفلکسیو اړیکې :

د رفلیکسو اړیکو پیژند : د هرو برابرو توکو جوړه اړیکو پورې اړج لري

د فرمو په ځیر یې لیکنه : د ټولو a لپاره باور لري:
aRa

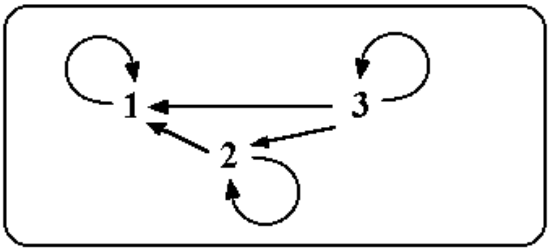
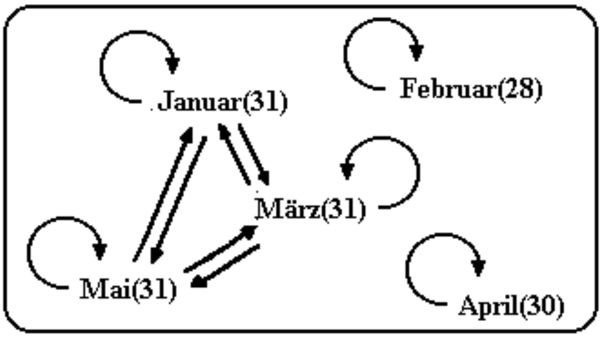


Bild: Die reflexive Relation ≥

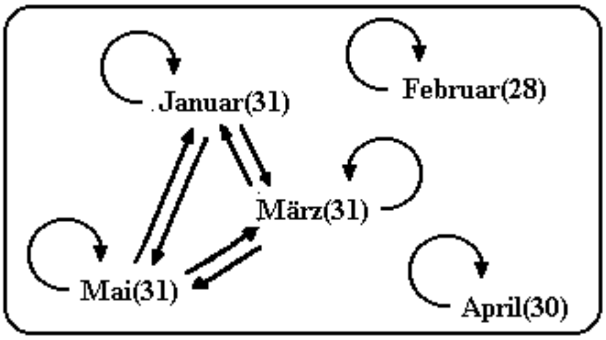
ځیره: ≥هنداروںیزې اړیکې

(c) ketabton.com: The Digital Library

انتيرفلکسيو (ايرفلکسيو اړيکي
Antireflexive
(irreflexive)
Relationen
پيژند : په انتيرفلکسيو اړيکو کې په هيڅ توکي کړی غشی نه شته
د همغه توکي جوړه اړيکو پورې اړوند نه دی، يا په اړيکو ونډه نه لري٠
د فرمول په توګه ليکل يي : ¬(aRa)



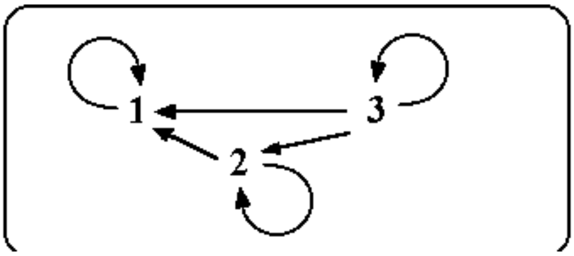
سيومتريکي اړيکي : symetric relations
هر غشي ته په څټ غشی شته
که (a,b) اړيکو پورې اړه ولري ، نو (b,a) هم په اړيکو پورې اړه لري٠



د سيومري اړيکو خيره: « همغومره ورځې لري لکه»
انتيسيومتري اړيکي: Antiasymetric reltions
د انتيسيومتري اړيکو دياګرام : په څټ غشی نه شته ٠
که (a,b) په اړيکو اړه ولري،نو (b,a) په اړيکو اړه نه لري، مګر که a = b وي٠

(c) ketabton.com: The Digital Library

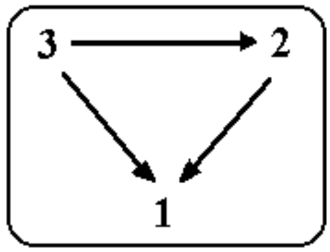
فرمول: $a R b \wedge b R a \Rightarrow a = b$



≥ Antiasymetric reltions : ناسیومتریک اړیکې پورته ځیره

اسیومتریکي اړیکې
asymetric relations (Asymmetrische Relationen)

د اسیومتریکي اړیکو دیاګرام نه په ځنې غشی لري او نه کړۍ غشی لري۰
د اسیومتریکي اړیکو پیژند: انتیرفلیکسیو او انتیسیومتریکې اړیکې
فرمول : $aRb \Rightarrow \neg(bRa$

ځیره: اسیومتري اړیکې	

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

(c) ketabton.com: The Digital Library

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالې شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنستونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

(c) ketabton.com: The Digital Library

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهني ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دويم چاپ د پوره تغيراتو سره

۱۷ – الجبر بنستونه دويم چاپ له تغيراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه يا سټ تيوري

۱۹ – د شميرپوهنې سم اند (منطق رياضي)

۲۰ - د يو ځو شميرپوهانو ژوندليک

۲۱ – د شمير پوهنې ګډې وډې ليکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو ليکونکى يې متآسفانه راځخه نابلد شوى: د مشتق او انتيګرال شميرنو ته

تمرينونه او اوبيونې يا حلونه يې

۲۳ – د شميرپوهنې انګريزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۴ – د شميرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شميرپوهنې پښتو ډکشنري د شميرپوهنيزو وييونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه ليکنې دي، چې ځنې يې په نړيول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپينې خبرې، چې وبه غزيږي.

نوري ليکنې، چې په ژباړه يې پيل شوى، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپريږي:

د ګروپونو تيوري

- د ښوونځي لپاره فزيک د برينکمن ليکنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library